

Exercice N°1 (OCM :3 pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée: Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fautive ou absence de réponse vaut 0 point.

$$1) \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx =$$

- a) $1 - e$ b) $\frac{1}{2} \ln 2$ c) $\ln 2$

2) A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 0,7$ et $P(B) = 0,2$

- a) $P(B/A) = 0,5$ b) $P(A \cup B) = 0,9$ c) $P(A \cap B) = 0,14$

3) soit f une fonction continue et positive sur $[-1, 0]$. Alors

- a) $\int_{-1}^0 f(x) dx \geq 0$ b) $\int_{-1}^0 f(x) dx \leq 0$ c) $\int_0^{-1} f(x) dx \geq 0$

Exercice N°2(5 pts) :

Un quincaillier achète des ampoules de trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 60% du premier fournisseur et 30% du deuxième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules non défectueuses, le deuxième fournisseur fabrique 95% d'ampoules non défectueuses.

le troisième fournisseur fabrique 7% d'ampoules défectueuses

1) on choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note :

D : « l'ampoule est défectueuse »

F_1 : « l'ampoule provient du premier fournisseur »

F_2 : « l'ampoule provient du deuxième fournisseur »

F_3 : « l'ampoule provient du troisième fournisseur »

a) préciser les probabilités : $p(F_1)$, $p(F_2)$ et $p(F_3)$

b) dessiner un arbre pondéré

- c) calculer $p(D \cap F_1)$
- d) montrer que la probabilité qu'une ampoule défectueuse est égale à 0,04
- e) l'ampoule choisie est défectueuse. Calculer la probabilité pour quelle provient du fournisseur F_1

Exercice N°3 (5 pts) :

soit (U_n) une suite réelle définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 3 \end{cases}$$

- 1) a) montrer par récurrence que pour tout n , on a $U_n > 4$
 - b) montrer que la suite (U_n) est décroissante.
 - c) en déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.
- 2) soit (W_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par : $W_n = \ln(U_n - 4)$.
 - a) montrer que (W_n) est une suite arithmétique de raison $-\ln 2$
 - b) vérifier que pour tout n , on a $W_n = (1 - 2n)\ln 2$
 - c) calculer U_n en fonction de n .

Exercice N°4 (7 pts) :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} + x$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 - b) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} + 1$
 - c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.
 - b) Montrer que la courbe (C) est au dessous de Δ .

c) Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

3) a) Montrer que le point $A(0, \frac{1}{2})$ est un centre de symétrie pour la courbe (C).

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe (C) au point A.

4) Tracer T et (C).

5) soit α un réel strictement positif

a) Montrer que $\int_0^\alpha \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \text{Log}\left(\frac{1+e^\alpha}{2}\right)$

b) calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \alpha$

BONNE CHANCE