

**Exercice N°01 :**(3pts)

Pour chacune des propositions suivantes donner la réponse correcte, avec justification.

I°) Soit A et B deux matrices carrées d'ordre 3 inversibles d'inverses respectives  $A^{-1}$  et  $B^{-1}$

L'inverse de la matrice produit  $A \times B$  est :

a°)  $A^{-1} \times B^{-1}$

b°)  $B^{-1} \times A^{-1}$

c°)  $I_3$

II°) Soit f une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont le tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f(x)	0	-4	4	0

Le tableau de variations indique que la fonction f est décroissante de 0 à -4 sur l'intervalle  $(-\infty, -1]$ , croissante de -4 à 4 sur l'intervalle  $[-1, 1]$ , et décroissante de 4 à 0 sur l'intervalle  $[1, +\infty[$ .

1°) L'équation  $f(x)=0$  admet dans  $\mathbb{R}$  :

a°) trois solutions distinctes

b°) deux solutions distinctes

c°) une solution unique

2°) l'image de l'ensemble  $\mathbb{R}$  par f est égal à :

a°)  $[-4, 0[$ b°)  $f([-1, 1])$ c°)  $f([1, +\infty[)$ **Exercice N°02 :**(9pts)

Soit f la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

1°) a°) Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b°) Sachant que pour tout x de  $]0, +\infty[$ , on a :  $f'(x) = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ .

Justifier que f est strictement décroissante sur  $]0, +\infty[$  et dresser son tableau de Variations.

c°) Montrer que f admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  sur un intervalle J que l'on

Déterminera. Et calculer  $f^{-1}(2)$  et  $f^{-1}(\frac{5}{2})$ .

2°) Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = f(x) - x$ .

a°) Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

b°) Montrer que l'équation «  $g(x)=0$  » admet dans  $]0, +\infty[$  une solution unique  $\alpha$ .

Vérifier que :  $1,7 < \alpha < 1,8$ .

3°) Soit  $h$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $h(x) = \begin{cases} 2f(x) & \text{si } x \in ]0, 1] \\ \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Etudier la continuité de  $h$  en 1.

### Exercice N°03 : (8pts)

On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 7 \\ -2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

1°) a°) Calculer le déterminant de  $A$ . En déduire que  $A$  est inversible.

b°) Calculer :  $A \times B - 2A$ .

c°) En déduire que la matrice inverse de  $A$  est  $A^{-1} = B - 2I_3$ .

2°) Pour la lutte contre le virus « Covid-19 » trois hôpitaux ont acheté des lits de Réanimations, des scopes médicaux et des respirateurs oxygène.

Le tableau suivant indique les achats et les prix totaux en milliers de dinars tunisiens.

	Lit de réanimation	Scope médical	Respirateur oxygène	Prix total en MDT
Hôpital- H1	1	2	3	211
Hôpital -H2	4	2	5	374
Hôpital- H3	3	1	3	230,5

On désigne par  $x$ ,  $y$  et  $z$  les prix d'achats unitaires respectifs d'un lit de réanimation, d'un Scope médical et d'un Respirateur oxygène.

a°) Montrer que le triplet  $(x, y, z)$  est solution, dans  $\mathbb{R}^3$ , d'un système que l'on établira.

b°) Déterminer le prix d'achat unitaire d'un lit de réanimation, d'un Scope médical et d'un Respirateur oxygène.



Lit de réanimation



Scope médical



Respirateur oxygène