

Exercice N°1 : 06pts

On donne dans la figure ci-contre

La représentation graphique d'une fonction

f et une droite Δ d'équation $y = -x - 1$

Dans tout l'exercice les réponses doivent être

Justifier.

1°) a) f est-elle continue en (-3) .

b) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x + 1$$

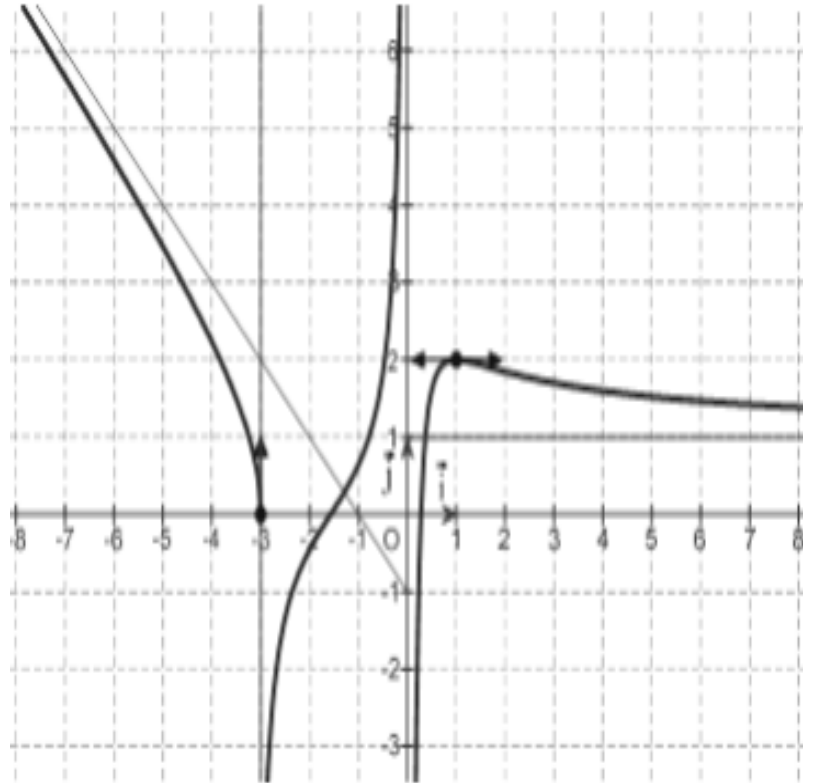
2°) a) Déterminer : $f]-\infty ; -3[$;

$$f[-3 ; 0[) ; f]0 ; +\infty[)$$

b) Dresser le tableau de variation de f

3°) Soit $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x \cdot g(x)}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} f \circ g(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g \circ f(x)$$

**Exercice N°2 : 06pts**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \\ x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^3 + x - 2 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$.

1) a) Vérifier que f est continue en 1.

b) En déduire que f est continue sur \mathbb{R} .

2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

3) Vérifier que pour tout $x \in]1, +\infty[$; $f(x) = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

4) on donne ci-contre le tableau de variation de f

a) Recopier et compléter le tableau

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$

admet une seule solution α et $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$			

Exercice N°3 : 08pts

1) On considère la matrice $M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}; \alpha \in \mathbb{R}$.

a) calculer, en fonction de α , le déterminant de M_α .

b) Pour quelles valeurs de α ; M_α est inversible ?

2) On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

a) En utilisant la première question, justifier que A est inversible.

b) Calculer $A \times B$.

c) En déduire A^{-1} et B^{-1} .

3) On considère le système $(S) : \begin{cases} x - 2y + 4z = 3 \\ -2x + 4y + z = 3 \\ 4x + y - 2z = -6 \end{cases}$.

a) Ecrire (S) sous forme matricielle.

b) Résoudre alors (S) .



x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$			