LYCEE EL FAOUAR-KEBELI	**DEVOIR DE CONTROLE N°1**
Niveau : 4ème année	**Durée : 2 Heures**
Section : Economie - Gestion	**Année scolaire : 2016/2017**
Epreuve : Mathématiques	**Professeur : El Fekih Nader**

Le sujet comporte trois pages numérotées de 1/3 à 3/3

EXERCICE 1 (4,5 points)

Pour chaque question il y a 2 ou 4 réponses proposées. Il peut y avoir plusieurs solutions justes. Cocher les bonnes réponses.

1- La limite en $-\infty$ de la fonction f définie sur : $\left]-\infty\,;\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$ par : $\mathbf{f(x)=\frac{x^2+x^3+1}{3x-4x^2}}$ est :

a) $\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $+\infty$ d) $-\infty$

2- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ par : $\mathbf{f(x)=-\frac{2}{(x-3)^2}}$. La limite de f en 3 est :

a) -2 b) $+\infty$ c) n'existe pas d) $-\infty$

3- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $\mathbf{f(x)=\frac{1-\cos x}{x}}$. La limite de f en $+\infty$ est :

a) $+\infty$ b) 0 c) n'existe pas d) 1

4- Soit f la fonction définie sur :] 3 ;+∞[par : $\mathbf{f(x)=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}}$. La limite de f en 3 est :

a) $+\infty$ b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

5- Si pour tout réel x > 1 on a : $\mathbf{f(x)>\frac{1}{x-1}}$ alors : $\lim\limits_{x\to1^+}\mathbf{f(x)}=+\infty$.

a) vrai b) faux

6- Si $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathbf{f(x)}=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathbf{g(x)}=-\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=-1$

a) vrai b) faux

7- Si une fonction f vérifie : pour tout x strictement positif, $\mathbf{3\le f(x)\le 3+\frac{5}{x+2}}$ alors : $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathbf{f(x)}=0$

a) vrai b) faux

8- Si une fonction f vérifie : pour tout x de [5 ; +∞[, **f(x)** $\le\frac{9}{x}$ alors : $\lim\limits_{x\to+\infty}\mathbf{f(x)}=\mathbf{0}$

a) vrai b) faux

9- Si une fonction g vérifie : pour tout x non nul, $|\mathbf{g(x)-7}| \leq \frac{3}{x^2}$ alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 0$

a) vrai b) faux

EXERCICE 2 (5 points)

Soients : $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 15 & 18 & -12 \\ -10 & -4 & 6 \\ -5 & -8 & 12 \end{pmatrix}$

1- a- Quel est l'ordre de M.

b- Déterminer le terme a_{21} de M.

2- Calculer le déterminant de M et en déduire que M est inversible.

3- a- Calculer : C = A + 4 M.

b- Calculer : C × M ; en déduire la matrice inverse M $^{-1}$ de M.

4- Soit le système S suivant : $\begin{cases} -4x - 4y + 2z = -2 \\ 3x + z = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

a- Donner l'écriture matricielle de S.

b- En déduire la solution du système S.

EXERCICE 3 (5 points)

On donne les matrices suivantes :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{I_3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Partie A :

1- Déterminer la matrice **M²**. On donne : $\mathbf{M}^3 = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 11 \\ 12 & 2 & 9 \\ 42 & 20 & 21 \end{pmatrix}$.

2- Vérifier que : $\mathbf{M^3 = M^2 + 8M + 6I_3}$

3- En déduire que **M** est inversible et que : $\mathbf{M^{-1}} = \frac{1}{6}(\mathbf{M^2 - M - 8I_3})$

Partie B : Étude d'un cas particulier

On cherche à déterminer trois nombres entiers a, b et c tels que la parabole d'équation :

y = ax² + bx + c passe par les points **A(1 ; 1), B(–1 ; –1) et C(2 ; 5)**.

1- Démontrer que le problème revient à chercher trois entiers a, b et c tels que : $\mathbf{M}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2- Calculer les nombres a, b et c et vérifier que ces nombres sont des entiers.

EXERCICE 3 (5,5 points)

Soit **g** la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : **$g(x) = x^3 - 3x^2 - 1$**

1- a- Etudier les variations de g.

b- Déterminer la limite de g en $+\infty$ et en $-\infty$.

c- Dresser le tableau de variation de g.

d- Déterminer : $g(\,]-\infty; -1[\,)$ **,** $g([3; +\infty[)$ et $g(]1; 2[)$.

2- a- Démontrer que l'équation : g(x) = 0 a une solution unique **α** et vérifier que **$\alpha \in$]3,10 ; 3,11[**.

b- Déterminer le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

☺ ☺ ☺*BON TRAVAIL* ☺ ☺ ☺