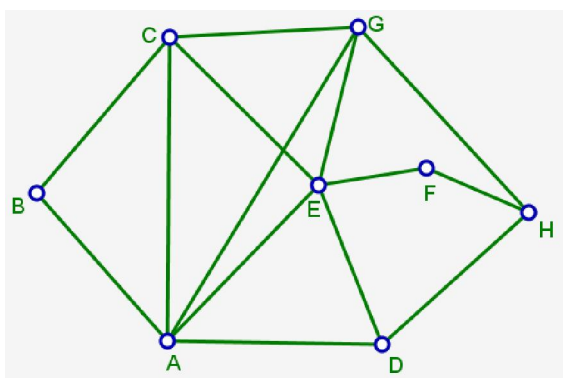


Le sujet comporte 03 pages

EXERCICE 1 : (3.75 POINTS)

On note (G) le graphe représenté ci-dessous et M sa matrice obtenue en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. La matrice M^3 est également donnée.



$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 3 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- 1) L'ordre du (G) est égal au plus grand des degrés des sommets.
- 2) Le graphe (G) contient un sous graphe complet d'ordre 3.
- 3) Le nombre chromatique du graphe (G) égal 3.
- 4) Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête.
- 5) Il y a 72 chaînes de longueur 3 qui relient le sommet E à chacun des huit sommets du graphe.

EXERCICE 2 : (5 POINTS)

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.

Il a constaté, lors d'une précédente promotion, que :

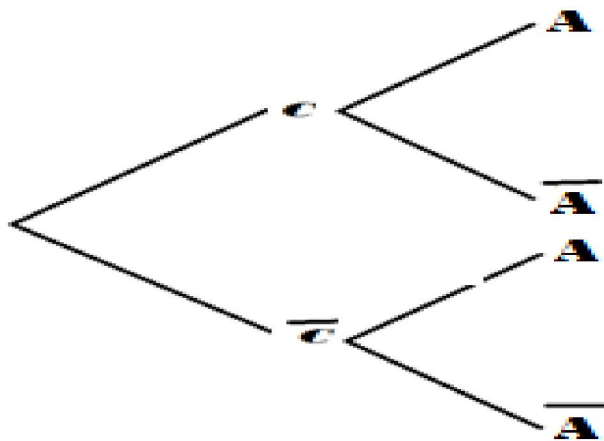
- 20% des clients achètent l'appareil photo en promotion.
- 70% des clients qui achètent l'appareil photo en promotion achètent la carte mémoire en promotion.
- 60% des clients qui n'achètent pas l'appareil photo en promotion n'achètent pas la carte mémoire en promotion.

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo en promotion et au plus une carte mémoire en promotion.

On note A l'évènement : « le client achète l'appareil photo en promotion ».

On note C l'évènement : « le client achète la carte mémoire en promotion ».

- 1) a) Donner les probabilités $p(\bar{A})$ et $p(C/A)$.
 b) Calculer la probabilité qu'il n'achète ni l'appareil photo en promotion, ni la carte mémoire en promotion.
 c) Calculer la probabilité qu'un client achète la carte mémoire en promotion.
- 2) Un client achète la carte mémoire en promotion. Déterminer la probabilité que ce client achète aussi l'appareil photo en promotion.
- 3) Reprendre l'arbre ci-dessous et pondérer chaque branche par la probabilité correspondante :



- 4) Trois clients entrent dans le magasin. On suppose que leurs comportements d'achat sont indépendants. Déterminer la probabilité qu'au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil en promotion.

EXERCICE 3:(5.25 POINTS)

Soient deux séries d'observation relatives à la quantité consommée, X de parfum en dl le revenu annuel Y des ménages en milliers de dt

x_i	2	4	7	10	11	14	18	20	21	22
y_i	0.5	0.9	9	25	62	110	180	290	680	1800

(Les valeurs demandées seront arrondies à 10^{-2} près)

- 1) Déterminer $\bar{x}, \bar{y}, \sigma_x, \sigma_y$ et $cov(x, y)$.
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r du couple (X, Y) et conclure.
- 3) On pose $U = \ln(X)$ et $V = \ln(Y)$.
 a) Recopier et compléter le tableau suivant :

u_i										
v_i										

- b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r du couple (U, V) et interpréter le résultat obtenu.
- c) Déterminer l'équation de la droite de régression de V en U par la méthode des moindres carrés.
- d) En déduire que $Y = 0.02e^{3.3 \ln(x)}$
- e) Quel revenu annuel peut-on prévoir pour une quantité de 13dl de parfum consommé ?

EXERCICE 4:(6 POINTS)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ où a et b sont deux réels.

Soit (ξ_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- La courbe (ξ_f) passe par le point $A(0;1)$
- $T : y = 3x + 1$ est l'équation de la tangente à (ξ_f) au point d'abscisse 0.

1) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f'(x) = (a - b - ax)e^{-x}$

b) En déduire a et b

2) Dans cette partie, on pose $a = 4$ et $b = 1$. Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (4x + 1)e^{-x}$

a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter le résultat obtenu. (On pourra utiliser le fait que

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{4x}{e^x} + \frac{1}{e^x})$$

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

c) Dresser le tableau des variations de f

d) Tracer (T) et (ξ_f)

3) Une entreprise produit x centaines d'objets chaque semaine.

Le bénéfice, exprimé en milliers de dinars, est définie sur $[0, 5]$ par la fonction f .

a) Quel est le bénéfice maximal hebdomadaire ? arrondi le résultat à dinars près.

b) Démontrer que la fonction F définie sur $[0, 5]$ par $F(x) = (-4x - 5)e^{-x}$ est une primitive de f

c) En déduire la valeur de bénéfice moyenne lorsque la production varie entre 0 et 500 objets.