

Exercice N°1 (4 Pts)

Compléter les phrases suivantes

- 1) Soient $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $B = (3 \quad 4 \quad 5)$ deux matrices alors la matrice $A \times B$ est d'ordre
- 2) L'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice $A^{-1} = \dots \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$
- 3) On a A et B deux matrices carrée d'ordre 3 tel que $A^2 - 3A = I_3$ alors $A^{-1} = \dots$
- 4) Soit $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2}$ et $g(x) = x^2 - 3$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{gof}(x) = \dots$

Exercice N°2 (7pts)

- 1) Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
 - a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.
 - b) Calculer la matrice $B = 4A - A^2$
 - c) Calculer la matrice $A \times B$ en déduire la matrice inverse A^{-1} de A
- 2) Soit le système (S):
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 16 \\ -3x + y - z = -8 \\ x + y + z = 10 \end{cases}$$
 - a) Donner l'écriture matricielle du système (S)
 - b) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S)

Exercice N°3 (5pts)

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1} \text{ si } x > 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2 \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$$

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2) a) Montrer que f est continue en 0
- b) Etudier la continuité de f sur $]0; +\infty[$ puis sur $]-\infty; 0]$
- 3) Etudier la dérivabilité de f en 0
- 4) a) Etudier les variations de f sur $]-\infty; 0]$
- b) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]-2; -1[$

Exercice n° 4 (4pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2; 5]$.

En utilisant le graphique

1) a) Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) ; \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) ; f(3) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x}{1+x^2}\right)$$

b) f est-elle continue en 3

2) Déterminer $f(]3; 5])$

3) Soit g la restriction de f sur $]3; 5]$

Montrer que g réalise une bijection

de $]3; 5]$ sur un intervalle que l'on *déterminera*

.