Exercice n°1 : (4 points)

Le responsable d'un site internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site durant chaque semaine.

Neuf semaines après le lancement de son site, le responsable relève les résultats suivants

Rang x_i de la semaine	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre y_i (en milliers) de pages visitées	3	4	5	8	15	25	40	75	135

1) Représenter dans l'annexe ci-joint le nuage de points correspondant à cette série.

2) Le nuage des points suggère un ajustement de type exponentielle .
On pose $z = \ln y$
On arrondira au centième les résultats des calculs des questions a) , b) , c) et d) .

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$									

b) Déterminer le coefficient de corrélation r de la série (x_i, z_i).

c) Donner une équation de la droite Δ de régression de z en x.

d) En déduire que $y = 1,4e^{0,49x}$.

e) Donner alors une estimation du nombre, arrondi à l'unité, des pages visitées durant la douzième semaine.

Exercice n°2 : (5 points)

Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de A . En déduire que A est inversible .

2) a) Calculer la matrice $M = B - 2A$ puis $A \times M$.

b) En déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

3) Une usine fabrique trois types de vélos : V_1 , V_2 et V_3 .

Le tableau suivant résume le nombre de vélos fabriqués dans trois jours .

	V_1	V_2	V_3	Recettes
1ere jour	2	1	2	850 dinars
2ere jour	4	4	2	1730 dinars
3ere jour	1	1	1	510dinars

a) M ontrer que la situation se traduit par le systéme (S) : $\begin{cases} 2x + y + 2z = 850 \\ 4x + 4y + 2z = 1730 \\ x + y + z = 510 \end{cases}$

b) Donner l'écriture matricielle de (S).

c) Déterminer ,alors le prix de chaque Vélo .

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la suite U_n définie sur $\mathbb{N}$, par : $\begin{cases} U_0 = 40 \\ U_{n+1} = 0{,}75U_n + 30 \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leq 120$.

b) Montrer que (U_n) est croissante .

c) En déduire que (U_n) est convergente et déterminer sa limite .

2) soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$, par : $V_n = U_n - 120$

a) Montrer que (V_n) est une suite geométrique de raison 0,75 .préciser son premier terme V_0

b) Exprimer V_n en fonction de n , puis déduire que : $U_n = 120 - 80(0{,}75)^n$.

c) Déterminer l'entier naturel n , tel que : $U_n > 100$.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par : $f (x) = 1 + (1 - x) e^{x}$

1) Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. Interpreter graphiquement le résultat .

2) a) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) En déduire la nature de la branche infinie de la courbe (C)au voisinage $+\infty$

3) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = -x e^{x}$

b) dresser alors le tableau de variation de f

4) a) Montrer que l'équation : f (x) = 0 ; admet une unique solution $\alpha \in]0, +\infty[$.

b) Justifier que : $1 < \alpha < 2$ et que : $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1}$

5) Tracer la courbe (C) .

6) Soit la F la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par : $F(x) = x(1 - e^{x}) + 2e^{x}$

a) Montrer que F est une primitive de f

b) A l'aire de la partie limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \alpha$.

Montrer que : $\mathbf{A} = \frac{(\alpha - 2)^2}{\alpha - 1}$