

Exercice n° 1 (4 points)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles.

Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte.

On demande de choisir cette réponse.

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par $f(x) = -5x + \frac{4}{x^2-1}$

. La limite de la fonction f en 1^+ est :

a/ $+\infty$

b/ $-\infty$

c/ 0

. La limite de la fonction f en $-\infty$ est :

a/ $+\infty$

b/ $-\infty$

c/ 0

2. Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R}

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 3 \text{ alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ g(x) = +\infty$$

3. Soit la matrice A d'ordre 2×3 et la matrice B d'ordre 3×2 , alors l'ordre de la matrice $B \times A$ est égale :

a/ 2×3

b/ 3×3

c/ 2×2

4. Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ alors déterminant de A est égale à :

a/ 1

b/ -1

c/ 0

. l'inverse de A est égale à :

a/ $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

b/ $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$

c/ $\begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

Exercice n° 2 (5 points)

On considère les deux matrices carrés suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -10 & 5 & -4 \\ \frac{13}{2} & -3 & \frac{5}{2} \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Déterminer l'ordre de la matrice A et le terme b_{22} de B

2) a) Calculer le déterminant de A

b) A est elle est inversible

b) Calculer $A \cdot B$ puis en déduire l'inverse de la matrice A

Exercice n°3 : (5pts)

La figure suivante est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Déterminer le domaine de continuité de f

3) a) Déterminer $f(0)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

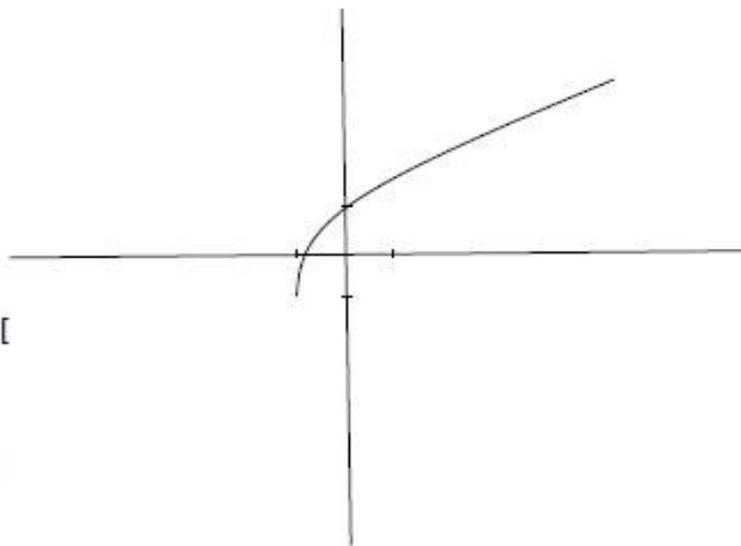
b) Déterminer $f([-1; +\infty[)$

3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[-1; +\infty[$

Vers un intervalle que l'on déterminera

b) Construire $C_{f^{-1}}$ dans le même repère (justifier)

4) Soit $g(x) = \frac{x^2}{2x^2 + 2}$. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x)$



Exercice n° 4 (6 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x - 2 & \text{si } x \in]-\infty; 1] \\ \sqrt{x^2 + 3} - x & \text{si } x \in]1; +\infty[\end{cases}$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

2) f est-elle continue en 1 ?

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

4) Montrer que pour $x \in]1; +\infty[$ on a : $\sqrt{x^2 + 3} - x = \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3} + x}$

Déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

5) Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

a. Calculer $\lim_{+\infty} f \circ h(x)$

b. Calculer $h \circ f(1)$

6) a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution a sur $]0; 1]$

Donner un encadrement de a à 10^{-1} près