L. Regueb	Mathématiques	Classe : 4èmeM
Prof : Salhi Noureddine	Devoir de Contrôle №2	Le:06/02/2015 D:2h

Exercice1(10pts)

N.B : Dans cet exercice toute construction demandée se fait dans l'annexe ci-joint.

On donne un rectangle ABCD tel que : $AD = 1$, $AB = \sqrt{3}$ et $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

A) Soit f la similitude directe qui transforme A en C et D en A .

1)a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

b) Déterminer le rapport et l'angle de f .

c) Justifier et construire le centre Ω de f .

2) On muni le plan du repère orthonormé direct $\mathcal{R} = \left(A, \frac{1}{\sqrt{3}}\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AD}\right)$.

a) Déterminer l'écriture complexe de f .

b) En déduire les coordonnées du point Ω .

B) Soit g la similitude indirecte qui transforme A en C et D en A .On désigne par Δ , son axe et ω son centre .

1)a) Préciser le rapport de g et déterminer $(g \circ g)(D)$.

b) Montrer que $\overrightarrow{\omega C} = 4\,\overrightarrow{\omega D}$. En déduire les coordonnées du point ω dans le repère $\mathcal{R}$.

2)a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega D}}) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

b) Justifier et construire le point ω et l'axe Δ .

3)a) Prouver que l'écriture complexe de g est : $z' = (1 - i\sqrt{3})\bar{z} + \sqrt{3} + i$.

b) En déduire l'équation cartésienne de Δ .

Exercice2(10pts)

Soit f la fonction définie sur $[0\,,1[$ par : $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$.

1)a) Calculer $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat .

b) Montrer que $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et interpréter ça géométriquement .

c) Etudier la continuité et la dérivabilité de f et dresser le tableau de variation de f .

2)a) Montrer que f réalise une bijection de $[0\,,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera .

b) Tracer dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les courbes (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ respectivement de f et f^{-1} .

3) Expliciter $f^{-1}(x)$, pour tout $x \in J$.

4) Soit F la primitive de f sur $[0\,,1[$ qui s'annule en 0 .

On considère la fonction g définie sur $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x) = F(\sin^2(x))$.

a) Montrer que g est dérivable sur $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $g'(x)$, pour tout x de $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$.

b) En déduire que pour tout , $x \in \left[0\,,\frac{\pi}{2}\right[$, $g(x) = x - \frac{1}{2}\sin(2x)$.

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , l'axe (Ox) , l'axe (Oy) et la droite $x = \frac{1}{2}$.

Annexe de l'Exercice1 (à rendre avec la copie)

Nom et prénom :………………………………………………………… N° :……….