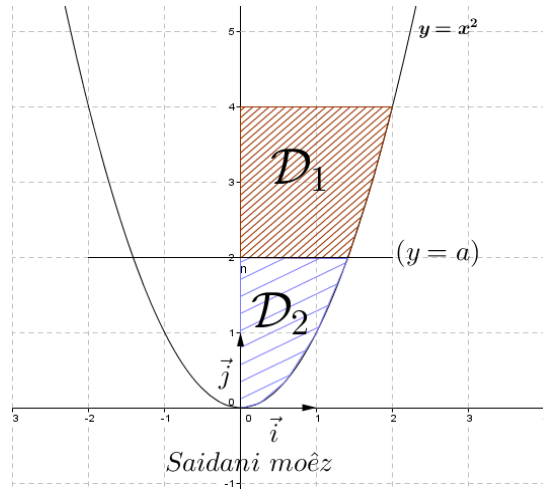


Exercice N°1 (5pts)

Les questions dans cet exercice sont indépendantes

- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x|$. Déterminer la primitive F de f sur \mathbb{R} qui prend la valeur 0 en 4.
- Soit f la fonction définie sur $[-2, 2]$ par $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.
 - Soit la primitive F de f sur $[-2, 2]$ qui s'annule en 0. Etudier la parité de F
 - Soit g la fonction définie par $g(x) = F(2 \cos x)$, montrer que le point $I \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$ est un centre de symétrie de C_g pour tout $x \in [0, \pi]$
- Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit $a > 0$. Pour quelle valeur de a , les domaines D_1 et D_2 ont-elles la même aire.



Exercice N°2 (7 pts)

Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^4}}$

On désigne par (C_f) la courbe de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (**unité 2 cm**)

On donne la fonction φ définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $\varphi(x) = \int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t) dt$

- Montrer que φ est continue sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, dérivable sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $\varphi'(x)$
 - En déduire que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $\varphi(x) = \frac{x}{2}$
 - Trouver alors l'aire A de la région du plan limitée par (C_f) , la droite des abscisses, les droites d'équations $(x = 0)$ et $\left(x = \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2. On pose $\psi(x) = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin x}} \frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3} dt$

(a) Justifier l'existence de $\psi(x)$ pour tout $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

(b) A l'aide d'une intégration par parties, prouver que pour tout $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\psi(x) = \frac{\pi}{12} + \frac{(\sqrt{3} - x) - \cotan x}{2}$$

(c) Déterminer alors la valeur de $\psi\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Justifier la réponse.

Exercice N°3 (8 pts)

Dans le plan orienté, on considère un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AB = 2AD$ et $\left(\widehat{AB, AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

On désigne par I le milieu de $[AB]$ et (ξ) le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$.

1. Soit f une similitude indirecte qui transforme B en I et I en D .

(a) Montrer que le rapport de f est $\sqrt{2}$.

(b) Soit Ω le centre de f . Montrer que Ω est la symétrie de D par rapport au point B .

(c) Construire l'axe Δ de f .

2. On pose $g = f \circ S_{(AB)}$

(a) Déterminer $g(B)$ et $g(I)$.

(b) Montrer que g est une similitude directe et préciser son rapport et son angle.

(c) Montrer que C est le centre de g .

3. Soit $A' = g(A)$. Montrer que A' est la symétrie de I par rapport à D .

4. La demi-droite $[CA')$ recoupe le cercle (ξ) en O' . Prouver que $O' = g(O)$.

Bon travail

sujet traité par L^AT_EX