Lycée Martyr Wallid Mechlaoui Mornag	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Le :14/02/2013 $4^{éme}$ M
Prof :Oueslati.Mongi		Durée : 2H

Exercice n°1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1)La primitive qui s'annule en 0 de la fonction f : $x \mapsto \frac{1}{3}(\sqrt{3x+1}-\frac{1}{\sqrt{3x+1}})$ sur $]-\frac{1}{3};+\infty[$

est la fonction F définie par F(x)=$\frac{1}{3}(\frac{2}{9}(3x+1)\sqrt{3x+1}-\frac{2}{3}\sqrt{3x+1})+\frac{4}{27}$

2) Si u_n est la suite définie sur IN* par : $u_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$;alors pour tout n de IN*

$u_{n+2} = \frac{n+2}{n+1} u_n$

Exercice n°2 (9 points)

Soit f la fonction définie sur]0 ;+∞[par :f(x)=$\frac{1}{x}+\ln x$

1)a) Etudier les variations de f et calculer f(e)

b) Tracer la courbe représentative C_f dans un repére orthonormé ($(O;\vec{i};\vec{j})$)

2)Soit g la restriction de f sur [1 ;+∞[

a)Montrer que g admet une reciproque g^{-1} définie J que l'on précisera.

b)Tracer $C_{g^{-1}}$ dans le méme repére que C_f.

3)Soit F(x)= $\int_1^x (f(t)-1)dt$ pour $x \geq 0$

a) Donner une interprétation graphique de F(x)

b) Montrer que F est bijective de [1 ;+∞[sur [1 ;+∞[

c) Montrer qu'il existe un réel unique α dans]1 ;+∞[tél que F(α)=e+2

4)a)Montrer que pour tout x de [1 ;+∞[; on a : F(x)= $\int_1^{f(x)} x - g^{-1}(t)dt$

b)Déduire la valeur de $\int_1^{1+\frac{1}{e}} g^{-1}(t)dt$

5) Soit u_n une suite réelle définie par : u_0=e et $u_{n+1} = \frac{u_n}{f(u_n)}; n \in IN$

a)Montrer que pour tout n de IN on a $u_n \geq 1$

b)Montrer que u_n est décroissante ;puis déterminer alors sa limite.

c)Soit $v_n = \sum_{k=0}^{n} \ln(f(u_k))$;montrer que v_n=1-ln(u_{n+1}) et que : $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$

Exercice n°3 (8 points)

Soit ABC un triangle rectangle tél que : $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB=2AC

1) Soit S une similitude directe tél que S(A)=B et S(C)=A

a)Déterminer le rapport et l'angle de S

b) Soit Ω le centre de S ;montrer que que Ω est le projeté orthogonale de A sur (BC)

c) Construire le point B'=S(B)

2) Soit D et D' deux droites paralèlles passant respectivement par B et C ne contenant aucun cotés du triangle ABC .Soit Δ la droite passant par A et perpendiculaire à D et à D' respectivement en I et J

a) Déterminer S(D') et S(Δ)

b) En déduire S(J)

3) Soit f une similitude indirecte tél que f(A)=B et f(C)=A

a)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de foS^{-1}

b) Soit f(B)=H ; déterminer $S_{(AB)}(H)$ puis construire le point H

c)Soit Ω' le centre de f .Montrer que $\Omega' \in (BC) \cap (AH)$

d)Construire l'axe de f

4)Soit L=A*B ;le plan complexe est rapporté à un repére orthonormé direct $(A;\overrightarrow{AL};\overrightarrow{AC})$

$h_\alpha : M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z'=(\cos^2\alpha+i\sin\alpha.\cos\alpha)z+(\sin^2\alpha-i\sin\alpha.\cos\alpha)$

a)Déterminer α pour que h_α soit une similitude directe et non un déplacement

b)Déterminer selon α ;le rapport ; l'angle et le centre de h_α