

EXERCICE : 1 (4pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

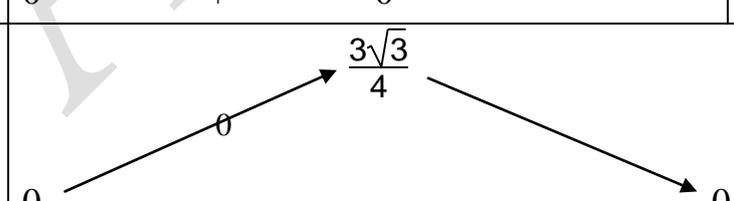
1. Si $f(x) \geq 0$ sur \mathbb{R} alors $\forall a \in \mathbb{R} \int_a^{a^2} f(x) dx \geq 0$
2. $F(x) = \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{2t}{1+t^2} dt$, F est dérivable sur $[0, 1]$
3. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_{-1}^1 = -\frac{1}{1} + \frac{1}{-1} = -2$
4. Si $\int_0^2 f(t) dt \geq 0$ alors $f(x) \geq 0$ sur $[0,2]$

EXERCICE : 2 (6pts)

Soit $f : [0,2] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \sqrt{x(x-2)}$

1. a) montrer que $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie pour \mathcal{C}_f
 b) étudier la dérivabilité de f en 0
 c) construire \mathcal{C}_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
2. . soit $F : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\theta \mapsto F(\theta) = \int_0^{1+\sin\theta} f(x) dx$$
 - a) justifier l'existence de F(θ)
 - b) calculer F'(θ)
 - c) déduire alors l'expression de F(θ)
 - d) déterminer l'aire du domaine limité \mathcal{C}_f par et l'axe des x
- 3 .calculer le volume engendré par la rotation de \mathcal{C}_f autour de $(x' Ox)$
- 4 .soit $g : [0,2] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = x \sqrt{x(2-x)}$
 son tableau de variation est la suivant

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2
g'(x)	0	+	0	-
g(x)	0			0

- a) étudier la position de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g
- b) construire dans le même repère que \mathcal{C}_f
- c) Calculer l'aire du domaine limité par \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g

EXERCICE:3 (4pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

Soit $f : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

$M(z) \longmapsto M'(z')$ tel que $z' = ie^{i\theta}z + 2(1-i)e^{2i\theta}$ avec $\theta \in]-\pi, \pi]$

1. Caractériser f pour $\theta = -\frac{\pi}{2}$
2. Caractériser f pour $\theta \neq -\frac{\pi}{2}$
3. Soit g l'antidéplacement qui à tout point M , d'affixe z du plan associe le point M' , d'affixe $z' = i\bar{z} + 2 - 2i$

Prouver que g est une symétrie axiale puis la caractériser

EXERCICE:4 (6pts)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{2\pi}{3} (2\pi)$

La médiatrice Δ de $[AB]$ coupe la droite (AC) en E , soit $F = S_{\Delta}(C)$ et $D = S_A(B)$

1. a) montrer que le triangle EBA est équilatéral
b) montrer que B est le milieu de $[EF]$
c) donner la nature du triangle ECF
2. a) montrer qu'il existe un seul déplacement R tel que $R(A) = F$ et $R(C) = B$
b) montrer que R est une rotation dont on précisera l'angle
c) montrer que le centre Ω de R est le symétrique de A par rapport à (BC) et que $\Omega = C * F$
3. soit g l'antidéplacement défini par $g(A) = F$ et $g(D) = B$
a) montrer que g est une symétrie glissante
b) caractériser alors g