EXERCICE : 1 (4pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1. Si f(x) ⩾ 0 sur ℝ alors ∀ a∈ℝ $\int_a^{a^2} f(x)\,dx \geqslant 0$
2. F(x) = $\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{2t}{1+t^2}\,dt$, F est dérivable sur [0 , 1]
3. $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}\,dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_{-1}^{1} = -\frac{1}{1}+\frac{1}{-1} = -2$
4. Si $\int_0^2 f(t)\,dt \geq 0$ alors f(x) ≥ 0 sur [0,2]

EXERCICE : 2 (6pts)

Soit f : [0,2] ⟶ ℝ , x ⟼ f(x) = $\sqrt{x(x-2)}$

1. a) montrer que Δ : x = 1 est un axe de symétrie pour $\mathscr{C}_f$
   b) étudier la dérivabilité de f en 0
   c) construire $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$
2. . soit F :[- $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$] ⟶ ℝ

$$\theta \longmapsto F(\theta) = \int_0^{1+\sin\theta} f(x)\,dx$$

   a) justifier l'existence de F(θ)
   b) calculer F ' (θ)
   c) déduire alors l'expression de F(θ)
   d) déterminer l'aire du domaine limité $\mathscr{C}_f$ par et l'axe des x
3. .calculer le volume engendré par la rotation de $\mathscr{C}_f$ autour de (x' Ox)
4. .soit g : [0,2] ⟶ ℝ ,x ⟼ g(x) = x $\sqrt{x(2-x)}$
   son tableau de variation est la suivant

x	0	1	$\frac{3}{2}$		2
g ' (x)	0	+	0	−	‖
g(x)	0 ↗	0 ↗	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	↘	0

   a) étudier la position de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$
   b) construire dans le même repère que $\mathscr{C}_f$
   c) Calculer l'aire du domaine limité par $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

EXERCICE : 3 (4pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit f : $\mathscr{P} \longrightarrow \mathscr{P}$

$M(z) \longmapsto M'(z')$ tel que $z' = ie^{i\theta}z + 2(1-i)e^{2i\theta}$ avec $\theta \in]-\pi, \pi]$

1. Caractériser f pour $\theta = -\frac{\pi}{2}$
2. Caractériser f pour $\theta \neq -\frac{\pi}{2}$
3. Soit g l'antidéplacement qui à tout point M, d'affixe z du plan associe le point M', d'affixe $z' = i\,\overline{z} + 2 - 2i$

   Prouver que g est une symétrie axiale puis la caractériser

EXERCICE : 4 (6pts)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{2\pi}{3}\ (2\pi)$

La médiatrice Δ de [AB] coupe la droite (AC) en E, soit $F = S_{\Delta}(C)$ et $D = S_A(B)$

1. a) montrer que le triangle EBA est équilatéral

   b) montrer que B est le milieu de [EF]

   c) donner la nature du triangle ECF

2. a) montrer qu'il existe un seul déplacement R tel que R(A) = F et R(C) = B

   b) montrer que R est une rotation dont on précisera l'angle

   c) montrer que le centre Ω de R est le symétrique de A par rapport à (BC) et que $\Omega = C * F$

3. soit g l'antidéplacement défini par g(A) = F et g(D) = B

   a) montrer que g est une symétrie glissante

   b) caractériser alors g