LYCEE THELEPTE

DEVOIR DE CONTROLE N°2

Enseignant : H.Salem

4 ème Math

Epreuve : Mathématiques

Durée : 2h

A .S : 2010 - 2011

Exercice 1: (4 pts)

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des trois propositions est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre qui correspond à la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte rapporte 1 point, une réponse fausse 0 point.

1) Le reste modulo 14 de (-1165) est :

$\boldsymbol{a})$ 11 ; $\boldsymbol{b})$ 3 ; $\boldsymbol{c}) -3$

2) **a)** $(3411)^{577} \equiv 1(mod4)$; **b)** $(3411)^{577} \equiv 3(mod4)$;

c) $(3411)^{577} \equiv 0(mod4)$

3) Soit N= $(22)^{3n+2} + (13)^{3n+1}$ où n est un entier naturel :

$\boldsymbol{a})$ N $\equiv 1(mod9)$; $\boldsymbol{b})$ N $\equiv 2(mod9)$; $\boldsymbol{c})$ N est divisible par 9

4) On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 - x + 4 \equiv o[mod\ 6]$.

$\boldsymbol{a})$ Toutes les solutions sont des entiers pairs.

b) Les solutions vérifient $x \equiv 2\ (mod6)$.

c) Les solutions vérifient $x \equiv 2\ (mod6)$ ou $x \equiv 5\ (mod6)$.

Exercice 2: (3 pts)

Soit h la fonction définie sur $[-1,1]$ par $h(x) = \frac{x}{\sqrt{5-2x^2}}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

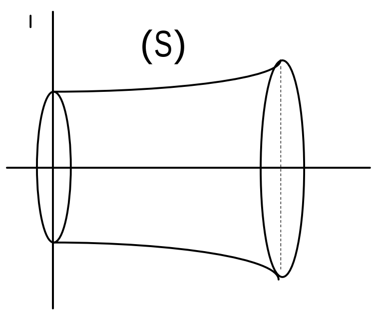
1) Déterminer la primitive H sur $[-1,1]$ de h qui s'annule en 0.

2) Sans tracer la courbe (C), donner l'aire (en unité d'aire) du domaine limité par (C) et les droites d'équations $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.

Exercice 3: (7 pts)

Dans la figure ci-contre le solide (S) est obtenu en faisant tourner la courbe de f définie sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+\cos x}}$, autour de l'axe des abscisses.

On note V le volume de (S) en unités de volumes.



1) Pour tout $x \in]-\pi,\pi[$, on pose $F(x) = \int_0^x \frac{dt}{2+cost}$

et $G(x) = \int_0^{\tan(\frac{x}{2})} \frac{2}{3+t^2}dt$

a) Montrer que $V = \pi\ F(\frac{\pi}{2})$.

b) Montrer que G est dérivable sur $]-\pi,\pi[$ et calculer G'(x).

c) En déduire que pour tout $]-\pi,\pi[$, F(x) = G(x).

2) Soit H(x) = $\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$; $x \in IR$.

a) Montrer que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$; $H(tanx) = x$.

b) Montrer que pour tout $x \in]-\pi,\pi[; G(x) = \frac{2}{\sqrt{3}}H(\frac{1}{\sqrt{3}}\tan\left(\frac{x}{2}\right))$.

c) En déduire la valeur de V**.**

Exercice : (6 pts)

Soit ABCD un carré de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On désigne par I le milieu de $[AB]$ et par J le milieu de $[AD]$. On note S la similitude direct tel que S(D) = O et S(C) = I.

1) **a)** Déterminer l'angle et le rapport de S.

b) Soit Ω le centre de S .trouver une construction de Ω.

2) **a)** Préciser les images respectives des droites (BD) et (BC) par S.

b) Déterminer alors S(B) et S(A) et SoS(B).

c) En déduire que Ω est le barycentre des points pondérés (B,1) et (J,4).

3) On rapporte le plan au repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ})$

a) Donner la forme complexe de S.

b) En déduire l'affixe du point Ω.

Bon Travail