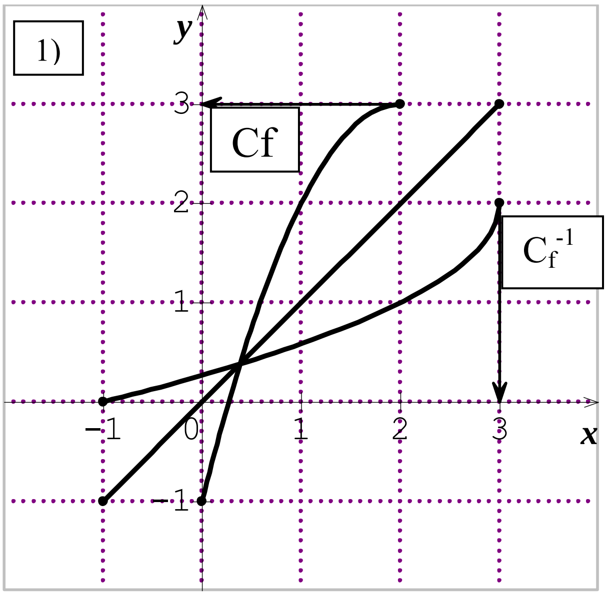
LYCEE BOULBABA GABES	DEVOIR DECONTROLE:N°2 4M (2010/2011)	Azaiez 2^H

EXERCICE:1 (7,5pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1)



f étant une bijection continue de [0,2] sur [- 1,3]

alors $\int_a^2 f(x)\,dx + \int_0^3 f^{-1}(x)\,dx = 6$

2) *f une fonction continue et positive sur [- 1, 1] telle que l'aire du domaine limité par* Cf *l'axe (x' o x) et les droites d'équations respectives x = 1 et x = - 1 est A = 4*

alors il existe $c \in [-1,1]$ tel que f(c) = 2

3) *on peut trouver une fonction f définie sur [- 2,2]continue et paire telle que* $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 0$

4) $\forall x \geq 0,\ \int_x^{x^2} \sqrt{t}\,dt \geq 0$

5) *si* $\int_0^1 (f(x) - 1)dx = 0$ *alors la valeur moyenne,* $\overline{f}$ *,de f est* $\overline{f} = 1$

6) *si* $\int_0^1 f(x)dx = 0$ *alors* $\forall x \in [0,1], f(x) = 0$

7) *soit* $f(x) = \int_0^{\sqrt{1+x^2}} |t|dt$ *alors f est dérivable sur* $\mathbb{R}$

8) *soit* $f(x) = \dfrac{1}{1+tg^2x}$ *, on peut affirmer que f possède des primitives sur* $[0, \frac{\pi}{4}]$

9) *toute similitude d'angle 0 est une homothétie*

10) soit f la transformation d'écriture $z' = (1+i)\,\overline{z} - 2i$ et g la transformation d'écriture

$z' = \dfrac{1-i}{2}\,\overline{z} - 5$ Alors f o g est un antidéplacement

EXERCICE : 2 (6pts)

Soit F définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\setminus \{0\}$ par $F(x) = \displaystyle\int_1^{tg^2x} \frac{dt}{\sqrt{t(t+1)}}$

1)a) justifier l'existence de F sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\setminus \{0\}$

b) montrer que F est paire *c) calculer $F(\frac{\pi}{4})$*

2a) montrer que F est dérivable sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $F'(x)$

b) déduire que $\forall x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, $F(x) = 2x - \frac{\pi}{2}$ *c) expliciter F(x) pour $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$*

3)a) calculer alors $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{dt}{\sqrt{t(t+1)}}$

b) à l'aide d'une intégration par parties calculer $J = \displaystyle\int_1^3 \frac{\sqrt{t}}{(1+t)^2}\,dt$

EXERCICE : 3 (6,5pts)

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$ et $\mathscr{C}$ son cercle circonscrit et soit O son centre, on pose E= A $*$B et F = A $*$ C

1a) montrer qu'il existe un seul antidéplacement f tel que f(B) = A et f(A) =C
b) montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe
2) soit D le point du segment [BC]tel que BD = BA, la droite (AD) recoupe $\mathscr{C}$ en I
a) montrer qu'il existe un seul déplacement g tel que g(A) =B et g(C) = D
b) montrer que g est une rotation
c) montrer que I est le centre de g
d) construire le point O ' = g(O)
3) soit Δ = med [AC] et $\varphi = g\,oS_\Delta$
a) déterminer φ(C) et φ(O) b) caractériser alors φ
4) soit $\psi = t_{\overrightarrow{BC}}\,oS_\Delta$ caractériser l'application ψ

BONNE CHANCE