Lycée Mahmoud Elmesaadi ELFAHS	**DEVOIR DE CONTROLE N° 2**	*Prof :Ben HMIDENE. T*	
A.S 2017-2018	**MATHEMATIQUES**	*4math*	*2heures*

Exercice n°1 (5points)

1)a)Calculer $(2+2i\sqrt{3})^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ *l'équation (E) :* $Z^2-4imZ+(6-2i\sqrt{3})m^2=0$ *ou m est un paramètre complexe*

2) Le plan est rapporter a un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$

Soients M ,A,B et C d'affixes respectives m, $a=(1-i\sqrt{3})m$, $b=(3+i\sqrt{3})m$ *et* $c=a+b$

a)Montrer que O, M et C sont alignes

b)Ecrire sous forme exponentielle $\frac{a}{m}$ *et* $\frac{a}{b}$

c)Montrer que O A C B est un rectangle

3)En prend $m=2e^{i\frac{\pi}{4}}$

Construire les points M , A , B et C dans le repère $(o,\vec{u},\vec{v})$

Exercice n°2(8points)

A- Soit la fonction f définie sur $I=]0,1[$ *par* $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x-x^2}}$.

1) a) Montrer que f est dérivable sur I et que pour tout x de I $f'(x)=\frac{1}{2(x-x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que f réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer

b) Soit g la fonction réciproque de f .Montrer que pour tout $x\in J$, $g(x)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\right)$.

3) a) Montrer que pour tout $x\in J$, $0\prec g'(x)\leq\frac{1}{4}$.

b) En déduire que l'équation $g(x)=x$ *admet dans IR une solution unique* α*, vérifier que* $\alpha\in I$.

4)On désigne par (C) et (C') les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) Ecrire une équation de la tangente T à (C') au point A d'abscisse 0.

b) Etudier la position de (C') par rapport à T.

c) Tracer (C), (C') et T.

B- Soit h la fonction définie sur l'intervalle E = $]0, \frac{\pi}{2}[$ par $h(x) = \frac{1}{2} f(\cos^2 x)$.

1) a) Montrer que pour tout x de E, h (x) = cot (2x).

b) Montrer que h réalise une bijection de E sur IR.

2) Soit k la fonction réciproque de h. Calculer k (0), k (1) et $\lim\limits_{x \to +\infty} k(x)$.

3) Montrer que K est dérivable sur IR et que pour tout x de IR ; $k'(x) = \dfrac{-1}{2(1+x^2)}$.

4) Montrer que pour tout $x \succ 0$, $k(x) + k(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{4}$.

Exercice n°3 (7points)

.Dans le plan orienté on considère un carré ABCD de centre I tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}$ [2π]

on désigne par J = A ∗ D , K = C ∗ D et E le point de point tel que DBE est un triangle équilatéral direct, soit F = $S_{(BE)}$ (C)

1) *a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f :tel que f(A) = D et f(B) = A.*

b) Caractériser f.

2) *Soit g = $r_{(B,\frac{\pi}{6})} \circ r_{(E,\frac{\pi}{3})}$*

a) Vérifier que $(\widehat{\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$

b) Donner la nature de g.

c) Déterminer g(C) et en déduire le centre de g.

3) *Soit $\varphi = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(AC)}$*

a) Déterminer φ(A) et φ(D)

b) Vérifier que φ est une symétrie glissante et en déduire ses éléments caractéristiques.