## Exercice n°1) (4 points)

Dans l'annexe ci-jointe figure 1 on a représenté la courbe de la fonction réciproque d'une fonction $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ ,la tangente à $\zeta_{f^{-1}}$ au point d'abscisse 0 et l'asymptote de $\zeta_{f^{-1}}$ la droite d'équation $y=0$ au voisinage de $+\infty$ .La courbe de $f^{-1}$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$

Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1) Déterminer l'ensemble de définition de $f^{-1}$ et préciser $f(1)$
2) Déterminer l'ensemble de définition de $f$
3) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
4) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{x-1}$ , $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{f(\sin x)}{x-\frac{\pi}{2}}$
5) Tracer la courbe de $f$ dans le même repère que $\zeta_{f^{-1}}$

## Exercice n°2) (6 points)

Dans le plan orienté dans le sens direct on considère un triangle ABC rectangle en C et tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] et\ AC = 2BC$.On désigne par r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et soit $E = r^{-1}(B)$ et$D = r(C)$.

On note I le milieu de [CD] et J le milieu de [AC] voire figure 2.

1) a-Montrer qu'il existe un unique délpacement f tel que f(A)=D et f(C)=A.

b-Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

2) Soit $g = f \circ r$

a-Montrer que g est une translation dont on précisera le vecteur.

b-Soit F=g(E) .Montrer que f(B)=F et placer le point F sur la figure 2 et déduire la nature du triangle BIF.

c-Montrer que les points C, A et F sont alignés.

3) On numit le plan d'un repère orthonormé direct$(C,\overrightarrow{CJ},\overrightarrow{CB})$.

Soit $h = S_{(BC)} \circ R_{(I,\ \frac{\pi}{2})}$

a-Montrer que h est une symétrie glissante.

b-Soit M un point du plan et z son affixe et M' l'image de M par h et soit z' l'affixe de M'.On pose $M_1 = R_{(I,\ \frac{\pi}{2})}$(M) et $M' = S_{(BC)}(M_1)$ et soit $z_1$ l'affixe de $M_1$.Montrer que $z_1 = iz - 2i\ \ et\ z' = -\overline{z_1}$.

En déduire que $z' = i\bar{z} - 2i$

c-Soit $M'' = (h \circ h)(M)$ et z'' l'affixe de M'' et z l'affixe de M

Montrer que $z'' = z - 2 - 2i$.En déduire que $h \circ h$ est une translation et préciser son vecteur $\vec{w}$.
d-Soit $S = h \circ t$ où t est la tanslation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe 1+i.
Montrer que S est une symétrie orthogonale et préciser son axe Δ
e-En déduire la forme réduite de h
4) Pour tout entier naturel n on définie une suite des points par $M_0 = C$ et $M_{n+1} = h(M_n)$ et on désigne par $z_n$ l'affixe de $M_n$.
a-Montrer par récurrence que pour tout n de ℕ on a : $z_{2n} = -2n - 2ni$
b-Calculer $z_{2n+1}$
c-En déduire que pour tout entier naturel n la droite $(M_{2n}M_{2n+1})$ admet une direction fixe.

***<u>Exercice n°2) (4 points)</u>***

Soit f la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ $par\ f(x) = \sqrt[3]{4 + 4sinx}$
On désigne par $C_f$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})\ tel\ que\ \|\vec{\imath}\| = 4cm$
1) Etudier la dérivabilité de f à droite en $-\frac{\pi}{2}$ et interpréter le résultat graphiquement.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Montrer que f réalise une bijection de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ sur [0,2]
4) Montrer que $f^{-1}$ est dérivable sur $]0,2[\ et\ que\ (f^{-1})'(x) = \frac{3x}{\sqrt{8x - x^4}}$
5) Tracer les courbes $C_f$ et $C_{f^{-1}}$

***<u>Exercice n°3) (6 points)</u>***

1) Soit u la fonction définie sur $]0, \pi[$ par$u(x) = 2cosx - 1$.
Dresser le tableau de variation de u.
2) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-3,1[$ par$f(t) = \frac{1}{\sqrt{-t^2 - 2t + 3}}$.
Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe dans un repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})\ \ tel\ que\ \|\vec{\imath}\| = 2cm$.
3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-1,1[$ .
Montrer que g est une bijection de $[-1,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera et calculer$g^{-1}(x)$.
4) Soit F la primitive de f sur $]-3,1[$ qui s'annule en 0 et G la fonction définie sur $]0, \pi[$ par$G(x) = (F \circ u)(x)$.
a-Montrer que G est dérivable sur $]0, \pi[$ et calculer G'(x).
b-Calculer $G(\frac{\pi}{3})$ ; en déduire que pour tout x de $]0, \pi[$ , $G(x) = \frac{\pi}{3} - x$.
c-Calculer$F(-1)\ et\ F(\sqrt{2} - 1)$.

## ***Feuille à rendre avec la copie***

***Mom :***

***Prénom :***

***Classe :***

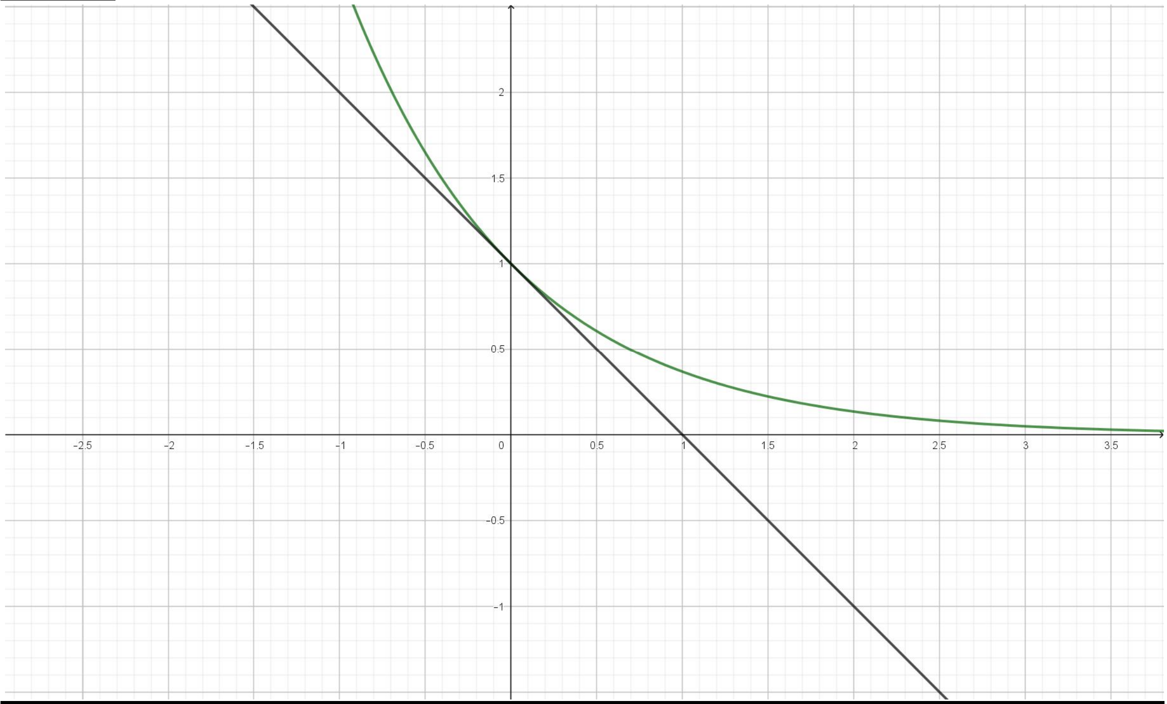


Figure 1

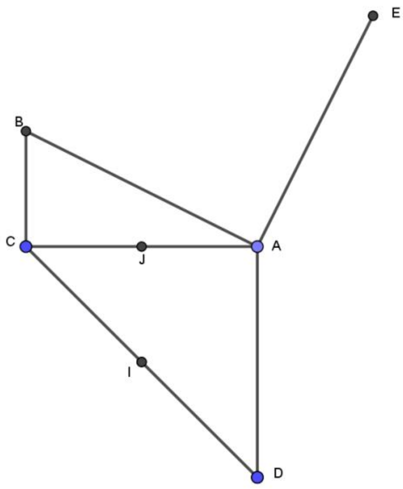


Figure 2