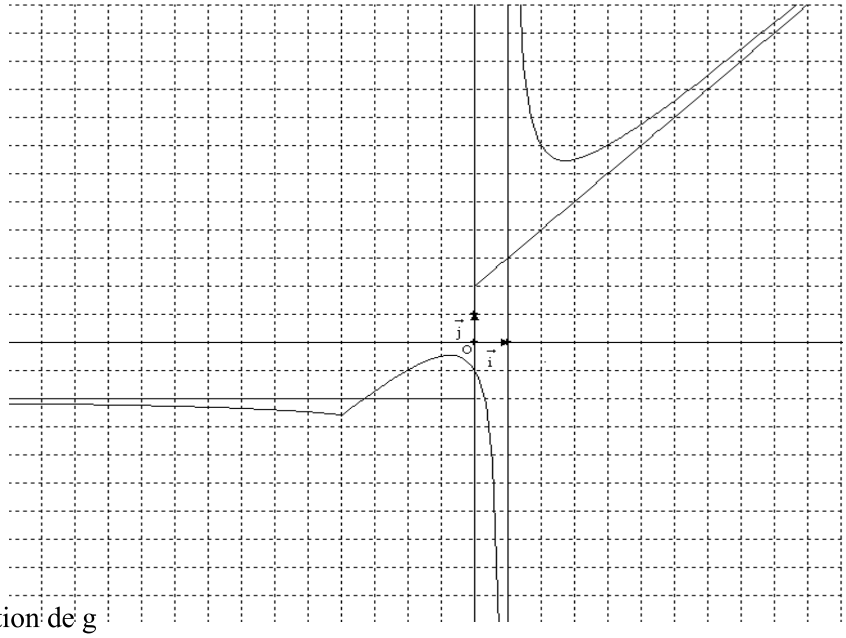
Lycée El Menzeh 9 M^{r} Hergueme	Devoir de synthèse N°1 17-12-2015	3^{ième}Math Durée : 2 h

Exercice N°1 (4.5 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f



1.Déterminer l'ensemble de définition de f

2.Déterminer les équations des asymptotes

à la courbe de f

3.a.Lire à partir du graphique

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b.Déterminer en justifiant

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x+1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3}{f(x)+2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$

4.On donne $g(x)=\sqrt{f(x)}$

a.Déterminer en justifiant l'ensemble de définition de g

b.Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)-\sqrt{x}$

Exercice N°2 (5 points)

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x+3}{2-x} & \text{si } x\geq 1 \\ f(x)=x^3+x+1 & \text{si } x<1 \end{cases}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1.Déterminer l'ensemble de définition de f

2.Montrer que f est continue en 1

3.Calculer $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

4.a. Montrer que la droite $D: y=-x-1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$

b.Etudier la position relative de (C) et D sur $[1,+\infty[$

5.Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{0\}$ par $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ et (C') sa courbe représentative dans un repère orthonormé

Montrer que (C') admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$

6.aVérifier que pour tout réel x on : $x^3+x+10=(x+2)(x^2-2x+5)$

b.Calculer $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{f(x)+9}{x+2}$

Exercice N°3 (6 points)

Le plan est orienté dans le sens direct

Soit ABC un triangle tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{61\pi}{3}(2\pi)$, $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}(2\pi)$ et AB = 6

1.a.Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

b.En déduire la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$

2.a.Plaer le point D telque $\begin{cases}\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\\ AC=AD\end{cases}$

b.Calculer $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)$et conclure

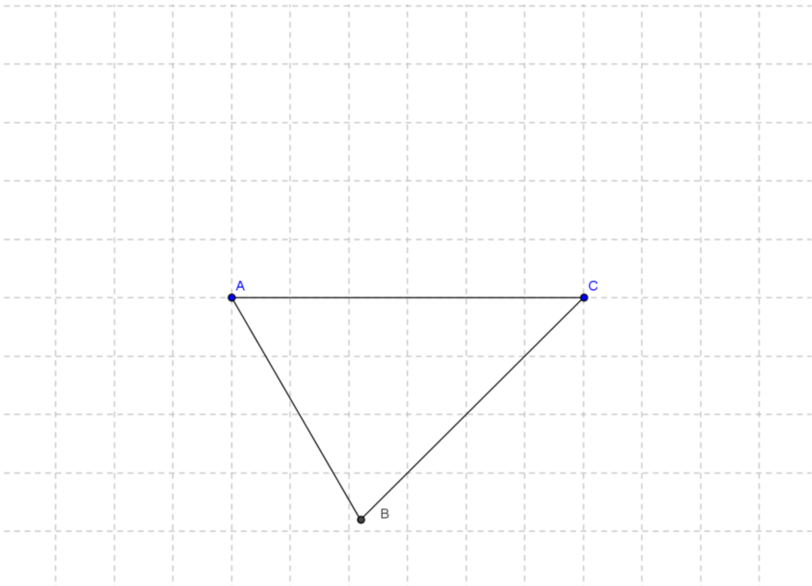
3.a.Construire le point E tel que $\begin{cases}\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right)\equiv-\frac{2\pi}{3}(2\pi)\\ AC=AE\end{cases}$

b.Montrer que le point A est le milieu de segment $[ED]$

c.Quelle est la nature du triangle ECD ?

d.Déduire que les droites (EC) et (AB) sont perpendiculaires

4.Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)$



Exercice N°4 (4.5 points)

1.Le plan est muni $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ et soit (C) le cercle trigonométrique de centre o

a.Représenter sur (C) les points M tel que $\left(\vec{i},\overrightarrow{OM}\right)\equiv\theta(2\pi)$ et $\sin\theta=-\frac{1}{2}$

b.Résoudre dans $\left]-\pi,\pi\right]$ puis dans $\left[0,2\pi\right[$ l'inéquation $\sin\theta>-\frac{1}{2}$

2.Soit $f(x)=\cos(2x)+\sin(2x)$ avec x réel

a.Calculer $f(\frac{\pi}{6})$

b.Montrer que , pour tout réel x , $f(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4})$ et en déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$

3.On donne pour tout réel x de $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ l'expression $A(x)=\frac{\cos(x)}{\sin(x)}-\frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}$

a.Montrer que pour tout réel x de $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ on a $A(x)=\frac{1}{\sin(2x)}$

b.Calculer $A(\frac{\pi}{8})$ puis montrer que $\tan(\frac{\pi}{8})=\sqrt{2}-1$

On rappel que

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$
$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$$