Lycée Bachir Sfar Amdoun Béja | Prof :Ghomriani Béchir

2015-2016

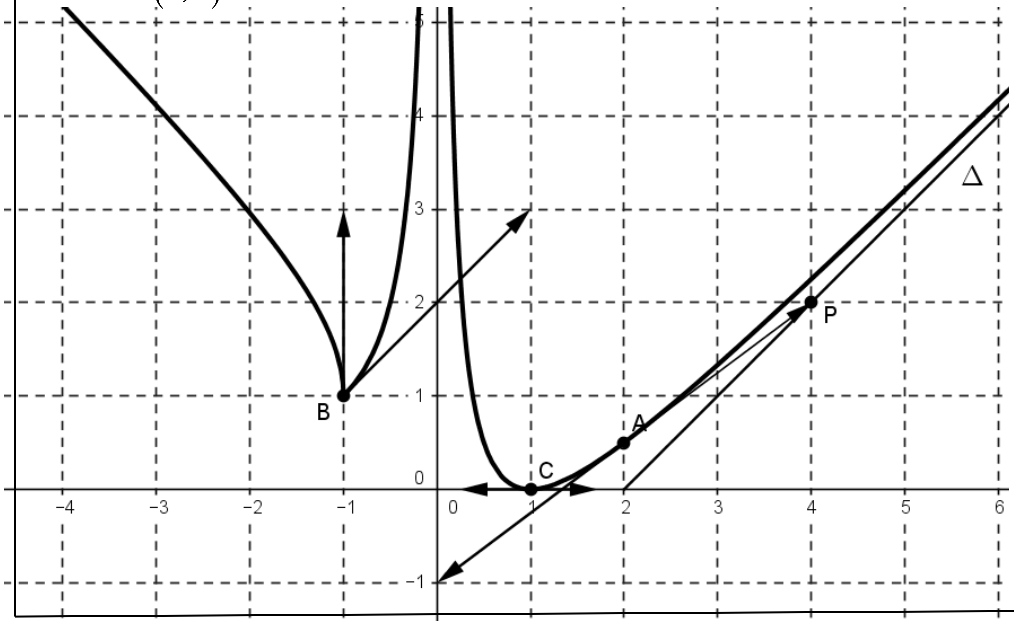
Devoir de Synthèse N°1

Durée : 2 heures | $3^{ème}$ Math

Exercice N°1 :

On donne ci-dessous la courbe représentative ξ_f d'une fonction f définie sur IR^*. On sait que :

- La droite $\Delta : y = x-2$ est une asymptote à ξ_f au voisinage de $(+\infty)$
- La droite d'équation "$x=0$" est une asymptote à ξ_f
- La courbe admet deux demi-tangentes au point $B(-1,1)$ et une tangente horizontale au point $C(1,0)$
- La tangente à la courbe ξ_f au point $A(2;\ 0,5)$ passe par le point $P(4,2)$



1. Par lecture graphique donner :

$$\lim_{0^-} f(x) \quad ; \quad \lim_{0^+} f(x) \quad et \quad \lim_{x\to+\infty}[f(x)-x+2] \quad et \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x-2-f(x)}$$

2.
   a. Déterminer : $f'(1)$; $f'(2)$

   b. $f_d'(-1)$ et $\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{f(x)-1}{x+1}$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f

Exercice N°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.On désigne par ξ_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $IR-\{1\}$ par :

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+1}+x & si\ x\le 0\\ \dfrac{2x-1}{x-1} & si\ x>0\end{cases}$$

1. Etudier la continuité de f en 0.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ .interpréter graphiquement le résultat.

Devoir de Synthèse N°1

3.
   a. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. interpréter graphiquement le résultat.
   b. Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe ξ_f au voisinage de $(-\infty)$

4.
   a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 .
   b. Montrer que $\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1$.

      la fonction f est-elle dérivable en 0 ?
   c. Déterminer des équations des demi-tangentes à ξ_f en 0

5. On donne le tableau de variation de la fonction f
   a. Compléter le tableau par les limites trouvées

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	1	↘	‖	...... ↘	...

   b. Construire la courbe ξ_f ainsi que les demi-tangentes à ξ_f au point d'abscisse 0.

Exercice N°3 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .on considère

A et B de coordonnées cartésienne $A(-1+\sqrt{3}, -1-\sqrt{3})$ et $B(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$.

C le point de coordonnées polaires $C\left(\sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées cartésiennes du point C
2.
   a. Déterminer les coordonnées polaires du point B
   b. Construire le point B
3.
   a. Montrer que $OBAC$ est un rectangle
   b. Construire le point A
4.
   a. Montrer que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$
   b. Déduire les coordonnées polaires de A

Lycée Bachir Sfar Amdoun Béja
2015-2016
Durée : 2 heures

Prof :Ghomriani Béchir

Devoir de Synthèse N°1

$3^{ème}$ Math

Exercice N°4 :

Soit $A=\left(\sqrt{2}-1\right)\cos(2x)+\sin(2x)$

1.
   a. Résoudre dans IR l'équation $(E): x^2+2x-1=0$

   b. en utilisant la formule : $\tan(2a)=\dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$

   Montrer que $\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ est une solution de l'équation (E)

   c. déduire que $\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$

2. Montrer que $A=\left(\sqrt{2}-1\right)\cos(2x)+\sin(2x)=\dfrac{\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)}$

3. En utilisant la formule $\cos^2(a)=\dfrac{1+\cos(2a)}{2}$

   Montrer que $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

4. Déduire que $A=\dfrac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cos\left(2x-\dfrac{3\pi}{8}\right)$

5. Résoudre dans IR l'équation $A=0$