REPUBLIQUE TUNISIENNE- MINISTERE DE L'EDUCATION ❄❄❄❄ **DEVOIR DE SYNTHESE N : 1**			LYCEE **AJIM** JERBA ⌖⌖⌖ BEN BRAHIM KHALED
EPREUVE : MATHEMATIQUES	COEFFICIENT : 4		NIVEAU ET SECTION : 3e M
Premier trimestre	Date : 05 décembre 2011		Durée : 2 heures

Commentaires : *Le sujet comporte deux pages.*
Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

<u>Exercice 1</u> (04 points)

Dans un repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan, on donne les points :

$$A(3\sqrt{3},3)\ ;\ B(3\sqrt{3},-3)\ et\ C(4\sqrt{3},0).$$

1) a. Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $dét\ (\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$. En déduire $cos(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$ et $sin(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$.

   b. Déterminer alors la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$.

2) a. Préciser les coordonnées polaires de A et de B.

   b. Placer alors les points A, B et C.

   c. Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

3) Justifier alors que les points O, A, B et C sont cocycliques.
   Tracer le cercle passant par ces points en précisant les coordonnées de son centre.

<u>Exercice 2</u> (04 points)

a, b, p et q sont quatre réels tels que $p = a + b$ et $q = a - b$.

1) L'objet de cette question est de factoriser l'expression $cos(p) + cos(q)$.

   a. Montrer que $cos(a + b) + cos(a - b) = 2cos(a).cos(b)$.

   b. Exprimer a et b en fonction de p et q.

   c. Factoriser alors l'expression $cos(p) + cos(q)$.

2) Application de la formule :

   a. Factoriser l'expression $cos(x) + cos(3x)$.

   b. Résoudre dans IR l'équation $cos(x) + cos(2x) + cos(3x) = 0$.

<u>Exercice 3</u> (04 points)

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par: $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1) a. Montrer que f est dérivable à droite en 0.

   b. Montrer que f est dérivable sur $[0;+\infty[$ et que pour tout réel positif x on a :

$$f'(x) = \frac{(3+2\sqrt{x})\sqrt{x}}{2(1+\sqrt{x})^2}.$$

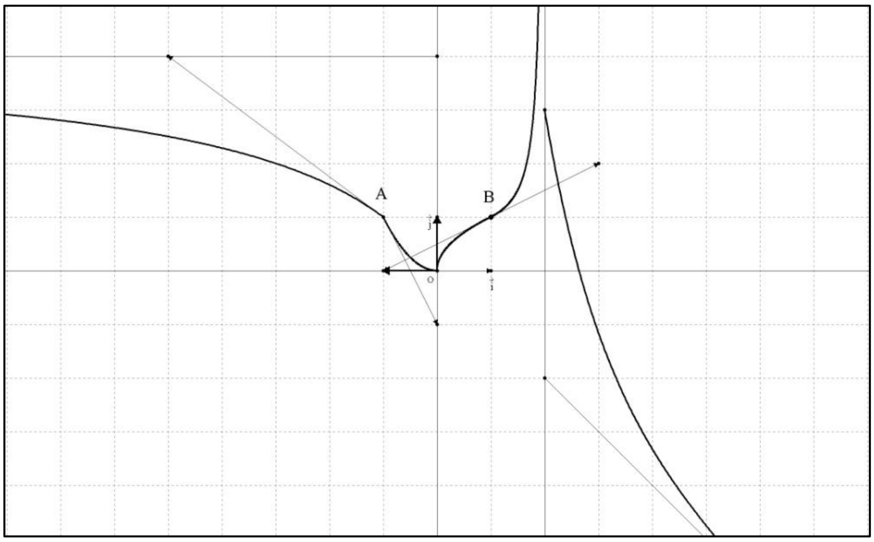
   c. Dresser le tableau de variation de f.

2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point I d'abscisse 1.

3) Donner une approximation affine du nombre $f(1{,}001)$.

Exercice **4** (08 points)

Sur la figure ci-dessous, est tracée la courbe représentative notée $(\mathcal{C})$ dans un repère orthonormal d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1) Les droites d'équations $y = -x$ et $y = 4$ sont des asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$.
   Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) La droite d'équation $x = 2$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ à gauche en 2.
   Etudier la continuité de f à gauche et à droite en 2. Conclure.
3) a. La courbe $(\mathcal{C})$ admet deux demi tangentes au point A.
   Etudier la dérivabilité de f en (-1).
   b. La courbe $(\mathcal{C})$ admet une demi-tangente horizontale à gauche au point O et une demi-tangente verticale à droite en ce point.
   Donner $f'_g(0)$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x)}{x}$.
   c. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à $(\mathcal{C})$ au point B.
4) a. Quelles sont les images par f des intervalles $]-\infty; 0]$, $[0; 2[$ et $[2; +\infty[$?
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet exactement trois solutions dans IR.

Bon travail et bonne chance