Lycée Houmt Souk Jerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Synthèse N : 1 Durée : 2 Heures	3 Mathématique 1 04 Décembre 2010

EXERCICE N : 1 (4.5 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = \sqrt{2}$ et $B\hat{A}C = \frac{\pi}{4}$. *On pose J le milieu de [BC] .*

1) a) *Faite une figure .* **(Unité : 2 cm)**

b) *Montrer que $BC = \sqrt{10}$.*

2) *On donne* **(Γ)** $= \{ M \in P$ *tels que :* $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = 4 \}$.

a) *Montrer que $A \in$* **(Γ)** .

b) *Montrer que* **(Γ)** *est le cercle de centre J et de rayon $\sqrt{\frac{13}{2}}$.*

c) *Construire* **(Γ)** .

3) *On donne $\Delta = \{ M \in P$ tels que : $MB^2 - MC^2 = 2\sqrt{65} \}$. [BC) coupe* **(Γ)** *en un point H .*

a) *Montrer que $H \in \Delta$.*

b) *Montrer que Δ est une droite tangente à* **(Γ)** *en H .*

EXERCICE N : 2 (4.5 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct $R (O , \vec{i} , \vec{j})$.

On donne les points $A (0 , - 2)$; $B (1 , \sqrt{3})$ et $C (- 1 , \sqrt{3})$.

1) a) *Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ puis déduire le signe de $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}})$.*

b) *Calculer $\sin(\widehat{\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}})$ puis déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC})$.*

2) a) *Déterminer les coordonnées polaires de B et C .*

b) *Déduire la nature du triangle OBC .*

3) *Soit D le symétrique du point C par rapport à l'axe des abscisses .*

a) *Trouver les coordonnées polaires de D .*

b) *Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{DA} , \overrightarrow{DC}}) \equiv \frac{7\pi}{12} (\pi)$.*

EXERCICE N : 3 *(11 points)*

A) *Soit la fonction f définie sur IR par :* $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2+3x}{x-1} & \text{si } x<0 \\ f(x) = x^2 - 3x & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ f(x) = \sqrt{x^2-4} + mx & \text{si } x>2 \end{cases}$

1) *Montrer que f est dérivable en 0 .*

2) *Déterminer m pour que f soit continue en 2 .*

B) Dans toute la suite , on suppose que m = - 1 .

Dans l'annexe ci-jointe , on a représenté dans le repère orthonormé R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) ***une partie*** *de la courbe* ***(C f)*** *.*

1) a) *Vérifier que pour tout $x \in]-\infty ; 0[$; $f(x) = x + 4 + \dfrac{4}{x-1}$.*

b) *Déduire que la courbe* ***(C f)*** *admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ .*

c) *Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (Interpréter graphiquement le résultat obtenu) .*

2) *Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 2 .*

3) a) *Donner le domaine de dérivabilité de f (Justifier votre réponse)*

b) *Calculer $f'(x)$ pour chacun des intervalles $]0 ; 2[$ et $]2 ; +\infty[$.*

4) a) *Représenter Δ et les tangentes ou demi-tangentes aux points d'abscisses 0 , $\frac{3}{2}$ et 2 .*

b) *Compléter le traçage de* ***(C f)*** *ainsi que ses branches infinies .*

C) *Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty ; 0[$. On désigne par* ***(Cg)*** *sa courbe dans le repère* ***R*** *.*

1) *Montrer que pour tout $x \in]-\infty ; 0[$; $g'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.*

2) a) *Ecrire une équation cartésienne de la tangente à* ***(Cg)*** *au point* ***M*** *d'abscisse* ***a*** *.*

b) *Déterminer, par son équation cartésienne ,la tangente à* ***(Cg)*** *issue du point A (1 , 3) .*

3) *Soit h la fonction définie sur $]-\infty ; 0[$ par : $h(x) = g^6(x)$.*

a) *Justifier que h est dérivable sur $]-\infty ; 0[$ et calculer $h'(x)$.*

b) *Déduire $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{g^6(x)}{x+3}$*

Nom et Prénom :

Annexe à compléter et à rendre avec la copie