

EXERCICE N°1

$$\text{Soit } f \text{ la fonction définie par } f(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)^3 - 1}{x^2 + x} & \text{si } x \in] -\infty, -1[\\ \frac{x-3}{x-1-\sqrt{x+1}} & \text{si } x \in [-1, +\infty[\\ a & \text{si } x = 3 ; a \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
- 2) Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en (3).
- 3) Étudier la continuité de f en (-1)
- 3) On prend $a = \frac{4}{3}$
- a) Donner l'ensemble de continuité de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{7}{4}$ admet au moins une solution dans $[-1, 0]$.

EXERCICE N°2

Le plan orienté est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . On désigne par A et B les points tel que $A(-\sqrt{3}, -1)$ et $B(-1, -1)$.

Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

2) Soit C le point de coordonnées polaires $(2, \frac{-2\pi}{3})$. Déterminer les coordonnées cartésiennes de C

3) a) Déterminer la mesure principale de l'angle (\vec{CO}, \vec{OA})

b) Quelle est la nature du triangle OCA.

c) En déduire la mesure principale de l'angle (\vec{CO}, \vec{CA})

EXERCICE N°3

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principale A. On note A' le milieu de [BC], H le projeté orthogonal de A' sur [AC] et I le milieu de [A'H].

1) Démontrer que $\vec{AA'} \cdot \vec{CH} = \vec{AH} \cdot \vec{CH}$

2) Démontrer que $\vec{A'H} \cdot \vec{BC} = 2\vec{AH} \cdot \vec{A'C}$

3) Démontrer que $\vec{AI} \cdot \vec{BH} = \vec{AA'} \cdot \vec{CH} + \frac{1}{2} \vec{A'H} \cdot \vec{BC}$.

4) Déduire des résultats précédentes que les droites (AI) et (BH) sont perpendiculaires.

EXERCICE N°4

1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a :

a) $\cos(x - 3\pi) \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(3\pi - x) \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \sin(2x)$

b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \sin(5\pi + x) + \sin\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos(2x)$.

2) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} : \sin^4 x = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{8} \cos(4x)$

b) Soit a et $b \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos a = \frac{3}{4}$ et $\cos b = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Montrer que $a + b = \frac{\pi}{2}$.

3) Résoudre dans $[0, 2\pi[$ les équations : $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin(x) = 0$; $\cos x = 0.5$; $-2\sin^2 x - 3\cos x + 3 = 0$.

4) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} > 0$

EXERCICE N°5

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} et vérifiant les conditions suivantes :

* f est une fonction paire.

* f est périodique de période 2.

* f est définie sur $[0, 1]$ par $f(x) = 1 - x$.

1) Représenter la fonction f sur $[-3, 4]$

2) Déterminer $f(113)$.