

Exercice 1(3,5 pts)

Dans la feuille à rendre on a représenté une fonction f dans un repère orthonormé

1) f est-elle continue en 1 ? Justifier votre réponse

2) Déterminer graphiquement les images des intervalles suivants par f :

$$[-2; 0] \text{ et } [-1; 2]$$

3) a) Tracer la courbe de la fonction $h = |f|$ dans le même repère

b) h est-elle continue en 1 ? justifier la réponse.

4) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x)=1$

5) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 1$.

6) Déterminer le minimum de f sur \mathbb{R}

Exercice 2(6,5 pts)

I) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^6 + 3x^2 - 3$

1) Étudier la parité de f

2) Montrer que f est continue sur \mathbb{R}

3) a) Montrer que f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

b) Déterminer alors les variations de f sur \mathbb{R} .

c) En déduire le minimum de f sur \mathbb{R}

4) a) Déterminer l'image de l'intervalle $[0,1]$ par f .

b) En déduire l'image de l'intervalle $[-1; 1]$ par f

II) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in]-\infty, 0] \\ \sqrt{x+4} - 5 & \text{si } x \in]0; 5] \\ \frac{x^2-12x+35}{x-5} & \text{si } x \in]5; +\infty[\end{cases}$$

1) Montrer que g est continue sur les intervalles suivants $]-\infty, 0]$, $]0; 5]$ et $]5; +\infty[$.

2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $[-1; 0]$

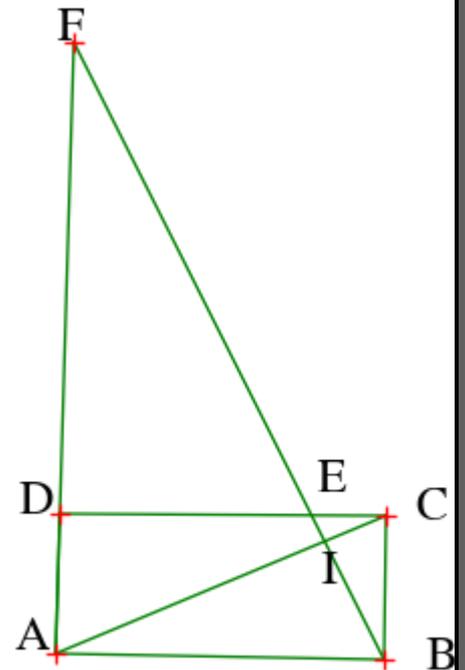
3) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α .

4) Vérifier que $\frac{3}{\alpha^4+3} = \alpha^2$.

Exercice 3(5pts)

Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 8$ et $BC = 4$. On note E le point de [CD]

tel que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$. Les droites (AC) et (BE) se coupent en I et les droites (AD) et (BE) se coupent en F



1) a) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE}$.

b) En déduire que $(EB) \perp (AC)$.

2) Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AF}$.

3) On note (ζ) l'ensemble des points M du plan tels que

$$MD^2 + 3MC^2 = 192$$

a) Vérifier que D est un point de (ζ) .

b) Vérifier que $\overrightarrow{ED} + 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$

c) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MD^2 + 3MC^2 = 4ME^2 + 48$

d) En déduire alors (ζ)

Exercice 4(5pts)

Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. Γ le cercle de centre A passant par B.

1) On considère le point D de Γ tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{16\pi}{3} [2\pi]$

a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ et construire D

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$

2) a) Construire le point E de la médiatrice de [AB] tel que $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BE}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi]$

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BE})$. En déduire la nature du triangle ABE.

c) Montrer que les points A, D et E sont alignés. En déduire que [DE] est un diamètre de Γ .

Feuille à rendre

Nom :

Prénom :

