Lycée Secondaire Ibn charef thala **Devoir de contrôle n°1** **$3^{ème}$ SC 1**

Année scolaire : 2020-2021 **Réalisé par :Elassidi Nasr**

<u>Exercice N .01(03 points)</u>

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

1) La fonction $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ est définie sur $IR-\{1\}$

2) Soit f une fonction ,définie continue sur $[3,4]$ vérifiant $f(3).f(4)\prec 0$ alors $\dfrac{1}{f}$ est continue sur $[3,4]$.

3) La fonction $g(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{x+1}}+2$ est bornée sur IR_+

4) Soient A et B deux points distincts du plan ,l'ensemble des points M du plan tels que $\vec{AM}.\vec{AB}=AM^2$ est un cercle de diamètre $[AB]$.

<u>Exercice N .02(07 points)</u>

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

1-a-Déterminer l'ensemble de définition de f .

b-Montrer que f est impaire.

2-Soit g la restriction de f sur $[1,+\infty[$

a-Montrer que $g(x)=\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$.

b-Montrer que pour tout $x\in[1,+\infty[$ on a : $1\leq g(x)\leq\sqrt{2}$.

3-a-Montrer que g est continue sur $[1,+\infty[$.

b-Montrer que g est décroissante sur $[1,+\infty[$.

c-En déduire $g([1;2])$.

4-Montrer que l'équation $g(x)=x$ admet au moins une solution α dans l'intervalle $]1;2[$

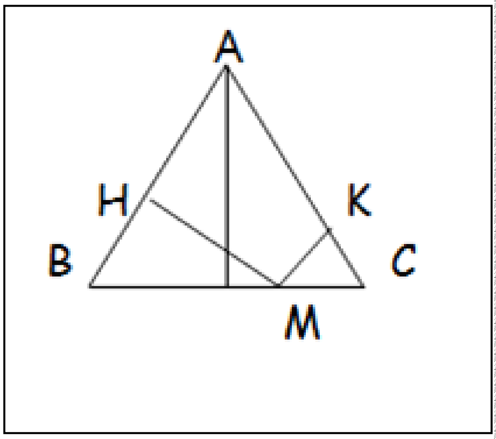
5-a-Montrer que α est une solution de l'équation $x^4-x^2-1=0$

b-Donner alors la valeur exacte de α

Exercice.03 (04 points)

1-Soit a *un réel strictement positif et* f *la fonction définie sur* $]0,+\infty[$ *par*

$f(x) = -2x^2 + 2ax + a^2$



a-Vérifier que pour tout $x \succ 0,\ f(x) = \dfrac{3a^2}{2} - 2\left(x - \dfrac{a}{2}\right)^2$

b-Montrer que f *admet un maximum sur* $]0,+\infty[$

2-Dans la figure ci-contre :

ABC est un triangle équilatéral de coté a

M *un point du segment* $[BC]$ *distinct de* B *et* C

H et K sont les projetés orthogonaux

de M *respectivement sur les droites* (AB) *et* (AC)

On pose $BM = x$

Soit A_1 *et* A_2 *les aires respectives des triangles* BHM *et* CKM

a-Montrer que $A_1 = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{8}$ *et* $A_2 = \dfrac{\sqrt{3}(a-x)^2}{8}$

b-Soit $A\,(x)$ *l'aire du quadrilatère* $AHMK$

Montrer que $A\,(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{8}\left[-2x^2 + 2ax + a^2\right]$

c-Déterminer la position du point M *pour laquelle* $A\,(x)$ *est maximale*

Exercice.04(06 points)

Soient ABC un triangle A rectangle en d'un plan P tel que $BC = 5$ et $I = B * C$

1)a- Montrer que pour tout $M \in P$ on a $\vec{MB}.\vec{MC} = MI^2 - \dfrac{25}{4}$

b- En déduire l'ensemble φ des points M du plan P tels que $\vec{MB}.\vec{MC} = 6$

3) a- Montrer que pour tout $M \in P$ on a $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + \dfrac{25}{2}$

b- Montrer que pour tout $M \in P$ on a $MI^2 - MA^2 = \dfrac{25}{4} - 2\,\vec{AM}.\vec{AI}$

c- En déduire que pour tout $M \in P$ on a $MB^2 + MC^2 - 2MA^2 = 25 - 4\,\vec{AM}.\vec{AI}$

d- Déterminer l'ensemble $\Delta = \{M \in P; MB^2 + MC^2 - 2MA^2 = 25\}$

4) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ Soit les points $A(2,2)$, $B(-2,0)$, $C(3,0)$

a- Vérifier que ABC est un triangle rectangle en A .

b- Calculer $\vec{BC}.\vec{BA}$ en déduire $\cos A\hat{B}C$

c- Ecrire une équation de Δ et étudier la position de φ et Δ .