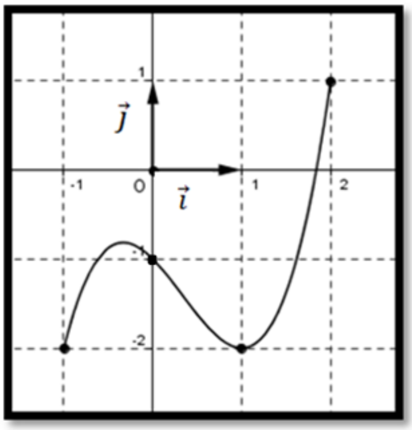
Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de contrôle n° 1** *Mathématiques*	*Niveau : 3 ème Sc exp1*
Date : 13 / 11 / 2019	*Prof : Meddeb Tarek*	*Durée : 2 heures*

Exercice n°1 : *(9 pts)*

A- On donne sur la figure ci-contre la courbe représentative, dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, d'une fonction g définie sur $[-1;2]$ par : $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$, où a, b et c sont trois réels.



1) Par lecture graphique, déterminer :

   $a/$ $g\left(]-1;2]\right)$.

   $b/$ Le nombre de solutions de chacune des équations :

   $g(x)=0$ et $g(x)=-1$.

   $c/$ Les réels a, b et c.

2) Dans la suite de l'exercice on pose : $g(x)=x^3-x^2-x-1$.

   On désigne par α la solution de l'équation : $g(x)=0$.

   Donner un encadrement de α d'amplitude $0,5$.

B- Soit f la fonction définie sur IR par :

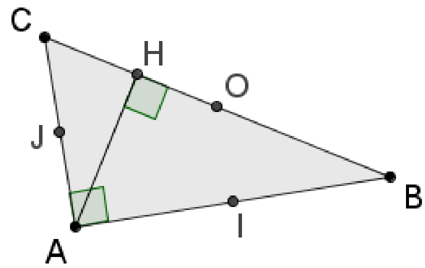
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+3}-2} & si\ x<-1\\ g(x) & si\ -1\le x\le 2\\ \dfrac{x^2+x-6}{x^2-4} & si\ x>2\end{cases}.$$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) Montrer que f est continue en (-1).
2) Etudier la continuité de f en 2.

Exercice n°2 : *(5 pts)*

Soit ABC un triangle rectangle en A, H est le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.

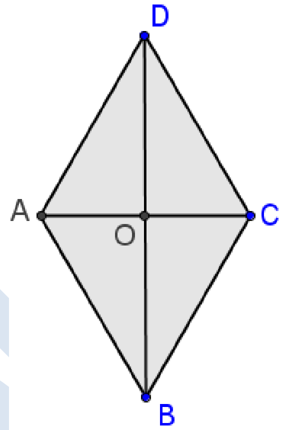


I, J et O sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}=AH^2$.
2) Montrer que : $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HJ}=HA^2-\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AJ}$.
3) En déduire que les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaires.

Exercice n°3 : (6 pts)

Soit $ABCD$ un losange de centre O tel que le triangle ABC est équilatéral, et G est le point défini par $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BO}$. On pose $AB=a$.



1) Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=MB^2+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD}+\frac{a^2}{2}$.

2) On considère les ensembles :

$$E_1=\left\{M\in P \ tq \ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=\frac{a^2}{2}\right\} \text{ et } E_2=\left\{M\in P \ tq \ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=MB^2\right\}.$$

$a/$ Montrer que E_1 est le cercle de diamètre $[BD]$.

$b/$ Calculer BD et BG en fonction de a.

$c/$ Montrer que E_2 est la droite perpendiculaire à (BD) en G.

Bonne chance