Lycée T.H Regeub	Devoir de contrôle n °1 en Mathématiques	Classe : 3SC 2
Date: 15/11/2018	Durée : 2heures	Prof : Abidi Ridha

Exercice n °1 (7points)

Dans le plan P , on considère le triangle ABC tels que AB = 2 , AC = 6 et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$. Soit I le milieu de [BC]

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AC}$ en déduire que BC = 2 $\sqrt{7}$

b) Montrer que AI = $\sqrt{13}$

2) Soit $\Gamma = \{ M \in P / MB^2 + MC^2 = 46 \}$

a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MB^2 + MC^2 = 2 MI^2 + 14$

b) Déterminer et construire alors l'ensemble Γ

3) Soit $\Delta = \{ M \in P / MB^2 - MC^2 = -32 \}$

a) Vérifier que le point $A \in \Delta$

b) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MB^2 - MC^2 = 2 \overrightarrow{IM} . \overrightarrow{BC}$

c) Déterminer et construire alors l'ensemble Δ

Exercice n ° 2 (5points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - \frac{2x^2}{1+x^2}$

1) a) Montrer que f est une fonction paire . Interpréter graphiquement ce résultat

b) Montrer que pour tout réel a et b on a : $f(a) - f(b) = \frac{2(b^2 - a^2)}{(a^2+1)(b^2+1)}$

c) Montrer que f est décroissante sur $[0 , +\infty[$ en déduire les variations de f sur $] - \infty , 0]$

d) Justifier alors que f admet un maximum en 0

2) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) = \frac{1 - x^2}{1+x^2}$

b) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $-1 \leq f(x) \leq 1$

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{1 - f^2(x)}$

a) Montrer que g est définie sur $\mathbb{R}$

b)Montrer que g es continue sur $\mathbb{R}$

Exercice n ° 3 (4points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x-1} - \frac{1}{x^2}$

1) a)Déterminer D_f

b)Montrer que f est continue sur [1 , $+\infty$ [

2) a) Montrer que f est croissante sur [1 , $+\infty$ [en déduire que f est minorée par (-1)

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans [1, 2] et que

1,3 < $\alpha < 1,4$ en déduire le signe de $f(x)$ sur [1 , $+\infty$ [

Exercice n °4 (4points)

I) Répondre par vrai ou faux

1) Soit f une fonction définie et positive sur $\mathbb{R}$. Si la fonction $\sqrt{f}$ est continue sur $\mathbb{R}$ alors f est continue sur $\mathbb{R}$

2) ABC est un triangle tel que AB = 3 , AC = 4 et $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ alors $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AC}$ = - 6

3) La fonction f définie sur [- 1 , 1] par $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+1}$ est impaire

4) Soit g une fonction continue sur [- 2 , 5] tel que g $(-2) = -3$ et g$(5) = 2$ alors $\frac{1}{g}$ est continue sur [-2 , 5]

II) Mettre une croix devant la réponse exacte

1) Sur $\mathbb{R}_+$, la fonction $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

a) n'est pas majorée ; b) n'est pas bornée ; c) est bornée

2) Si $\vec{u}\binom{3}{-1}$ et $\vec{v}\binom{1}{-2}$ alors $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$ est égale :

a) 25 ; b) 15 ; c) 5

3) L'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA} . \overrightarrow{MB} = 0$ et I = A $* B$ est :

a) un cercle de centre I ; b) un cercle de centre A ; c) une droite perpendiculaire à (AB)

4)la fonction définie sur [1 , $+\infty$ [par $f(x) = \frac{1}{1+x} - \sqrt{x-1}$ est :

a) croissante ; b) décroissante ; c) ni croissante ni décroissante

Lycée T.H Regeub	Devoir de contrôle n °1 en Mathématiques	Classe : 3SC 1
Date: 15/11/2018	Durée : 2heures	Prof : Abidi Ridha

Exercice n °1 (7points)

Dans le plan P , on considère un triangle ABC tels que AB = 2 , AC = 6 et $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$. Soit I le milieu de [BC] et H le projeté orthogonal de C sur (AB)

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ en déduire que BC = 2 $\sqrt{13}$ et que AH = 3

b) Montrer que AI = $\sqrt{7}$

c) Montrer que H est le barycentre de (A , 5) et (B , -3)

2) Soit $\Gamma = \{ M \in P / 5MA^2 - 3MB^2 = 20 \}$

a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $5MA^2 - 3MB^2 = 2MH^2 - 30$

b) Déterminer et construire alors l'ensemble Γ

3) Soit $\Delta = \{ M \in P / MA^2 - MB^2 = 4 \}$ et J = A $*$ B

a) Vérifier que le point B $\in \Delta$

b) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{JM}.\overrightarrow{AB}$

c) Déterminer et construire alors l'ensemble Δ puis déduire la position relative de Γ et Δ

Exercice n ° 2 (5points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{1+x^2} - |x|$

1) a) Montrer que f est une fonction paire . Interpréter graphiquement ce résultat

b) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que pour tout réel $x \geq 0$ on a : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}$

c) Montrer que f est décroissante sur $[0, +\infty[$ en déduire les variations de f sur $]-\infty, 0]$

d) Justifier alors que f admet un maximum en 0

2) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $0 \leq f(x) \leq 1$

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = 1 - \frac{1}{1+f(x)}$

a) Montrer que g est définie sur $\mathbb{R}$ et que $0 \leq g\,(x) \leq \frac{1}{2}$

b)Montrer que g es croissante sur] - ∞ , 0]

Exercice n ° 3 (4points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2-x} - \sqrt{1-x}$

1) a)Déterminer D_f

b)Montrer que f est continue sur $]-\infty\,, 1\,]$

2) a) Montrer que f est croissante sur $]-\infty\,, 1]$ en déduire que f est majorée par 1

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans [0, 1]

c) Déduire le signe de $f(x)$ sur $]-\infty\,, 1]$

Exercice n °4 (4points)

I) Répondre par vrai ou faux

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que f est majorée par 0 sur $\mathbb{R}$. Si la fonction $|\,f|$ est continue sur $\mathbb{R}$ alors f est continue sur $\mathbb{R}$

2) ABC est un triangle tel que AB = 3 , AC = 4 et $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ alors BC = $\sqrt{31}$

3) Si $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de sens contraire

4) Soit g une fonction continue sur [- 2 , 5] tel que $g\,(-2) = -3$ et g est strictement décroissante sur [- 2 , 5] alors $\frac{1}{g}$ est continue sur [-2 , 5]

II) Mettre une croix devant la réponse exacte

1) Sur $\mathbb{R}$, la fonction $f\;(x) = \frac{2}{4\;+\;x^2}$

a) n'est pas majorée ; b) n'est pas minorée ; c) est bornée

2) Si $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ alors $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$ est égale : a) 3 ; b) $\sqrt{3}$; c) 9

3) Si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ alors : a) $\vec{u} = \vec{v}$; b) $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$; c) $(\vec{u} + \vec{v}) \perp (\overrightarrow{u - v})$

4)la fonction définie sur $[\,0, +\infty\,[$ par $f(x) = \frac{1}{1+x} - x^2$ est :

a) croissante ; b) décroissante ; c) ni croissante ni décroissante

Lycée T.H Regeub	Devoir de contrôle n °1 en Mathématiques	Classe: 4 Techniques 1
Date: 16/11/2018	Durée : 2heures	Prof: Abidi Ridha

Exercice n °1 (7 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - 2(1+i)\, e^{i\frac{\pi}{3}} z + 4e^{i\frac{7\pi}{6}} = 0$

a) Vérifier que $z_0 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de (E)

b) Déduire l'autre solution de (E)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(0\ ,\vec{u}\,,\vec{v}\,)$. On note A , B et C les points d'affixes respectives $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$, Z_C = - $\sqrt{3} + i$ et $Z_B = 2\sqrt{2}\ \ e^{i\frac{\pi}{12}}$

a) Donner l'écriture exponentielle de Z_A et Z_C puis construire les points A et C

b) Montrer que le triangle OAC est rectangle et isocèle en O

c) Ecrire $(1 - i)$ sous forme exponentielle puis déduire que$(1 - i)Z_A = Z_B$

d) Montrer que OBAC est un parallélogramme puis construire le point B

3) a) Ecrire Z_B sous forme algébrique

b) Déduire alors $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4) Construire le cercle (C) de centre O et de rayon $2\sqrt{2}$ .La perpendiculaire à (OB) passant par O coupe le cercle (C) en un point D d'affixe Z_D telle que Im (Z_D) est positive

a) Justifier que $Z_D = iZ_B$

b) Montrer que OADC est un carré

Exercice n °2 (4points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n} \end{cases}$; n ϵ $\mathbb{N}$

1) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < U_n < 2$

2) a) Montrer que la suite U_n est croissante

b) En déduire que U_n est convergente et calculer sa limite L

3) a) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < 2 - U_{n+1} < \frac{1}{2}(2 - U_n)$

b) En déduire par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < 2 - U_n \leq (\frac{1}{2})^n$ puis retrouver la limite de la suite U_n

c) Soit la suite $V_n = n^2\,(2 - U_n)$, on admet que $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$ étudier $\lim_{+\infty} V_n$

d) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = 2\cos\left(\frac{\pi}{3\,.2^n}\right)$ en déduire la valeur de $\cos(\frac{\pi}{12})$

Exercice n °3 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f\,(x) = \begin{cases} x^2\cos\left(\frac{\pi}{x}\right) - 5\ si\ x < 0 \\ x^3 + 3x - 5\ si\ x \geq 0 \end{cases}$

1) a) Montrer que $\forall\, x < 0$ on a : $-x^2 - 5 \leq f(x) \leq x^2 - 5$

b) En déduire $\lim_{0^-} f(x)$; c) Montrer que f est continue en 0

d) Calculer $\lim_{\frac{\pi}{2}} f\,(1 - \sin x)$

2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

3) a) Vérifier que f est strictement croissante sur $[0\,,+\infty[$ en déduire $f\,[1\,,2]$

b) Montrer que l'équation $f\,(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha \in]1\,,2[$ en déduire le signe de $f(x)$ sur $[0\,,+\infty[$ puis que $\alpha = \frac{5}{3+\alpha^2}$

Exercice n ° 4 (3 points)

Mettre une croix devant la réponse exacte

1) Soit A e B deux points tels que : $\frac{Z_A}{Z_B} = 2\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors

a) O , A et B sont alignés b) OAB est rectangle en O c) OAB est équilatéral

2) Soit f la fonction définie sur $[\,0\,,\frac{\pi}{2}\,]$ par $f(x) = 2x - \cos x$ alors $f\,[\,0\,,\frac{\pi}{2}\,]$ est:

a) $[\,-1\ ,\pi\,]$ b) $[\,-1\,,1+\pi\,]$ c) $[\,0\,,\pi\,]$

3) Soit les points M (z) et M' (z') tels que arg (z)$\equiv \frac{\pi}{2}$ + arg (z') [2π] alors :

a) O , M et M' sont alignés b) (OM) ⊥ (OM') c) O = M ⋆ M '

4) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{3\,(-2)^n - 1}{4\,(-2)^n + 2}$ alors

$\lim_{+\infty} U_n$ égale à : a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) n'admet pas de limite