A.S : 2018 -2019 Lycée ones1 Rohia	Mathématiques Devoir de contrôle N°1	Prof :S.Latrach Niveau : $3^{\text{ième}}$ sciences Durée : Deux heures

Exercice1 (5points)

Les trois questions sont indépendantes

1) Calculer les limites suivantes :

   a) $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{3x}-3}{x-3}$ b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1+x^2}}{x}$

2) Soit f une fonction continue dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

   a) Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation, $f(x)$=1 sur **R**

   b) Déterminer $f([-3;+\infty[)$ en justifiant la réponse.

3) On considère la fonction définie sur **R*** par : $h(x) = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x}$

La fonction h est-elle prolongeable par continuité en 0 ? **Justifier** la réponse.

Exercice2 (2,5points)

Soit $f: [0,1] \to \boldsymbol{R}$ la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & 0 \le x < \frac{1}{2} \\ 2x + \alpha x^2 & \frac{1}{2} \le x \le 1 \end{cases}$ où $\alpha \in \boldsymbol{R}$

1) Déterminer, s'ils existent, les $\alpha \in \boldsymbol{R}$ pour que f soit continue en $\frac{1}{2}$.

2) a)Montrer que f est décroissante sur $\left[0,\frac{1}{2}\right[$

   b) Déterminer $f(\left[0,\frac{1}{2}\right[\ )$.

Exercice3 (4,5points)

Soit f la fonction f définie par :$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1) Etudier la parité de f sur son domaine de définition

2) Soit a et b deux réels positifs tels que :$a < b$.

a)Montrer que $f(b) - f(a)$ à le même signe que$1 - ab$.

b)En déduire le sens de variation de f sur $[0,1]$ et sur $[1;+\infty[$

c)Déterminer le maximum de f sur $[0;+\infty[$

d) En déduire la valeur minimale de f sur $]-\infty,0]$

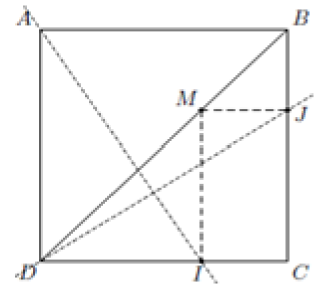
Exercice4 (3points)

On considère le carré ABCD, M un point de la diagonale $[BD]$, I et J les projetés orthogonaux respectifs de M sur (DC) et (BC).

1) Etablir la relation suivante :

$$\overrightarrow{DI}.\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{JC}$$

2) En déduire que les droites (AI) et (DJ) sont perpendiculaires.



Exercice5 (5points)

Soit ABC un triangle équilatéral de coté $\beta > 0$. Soit D le point défini par :

$2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
2) a)Déterminer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ en fonction de β

   b)Montrer que : (AB) //(DC) et que $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC} = 0$ .Construire le point D.

3) calculer les distances CD, BD et AD en fonction de β.

4) soit $f(M) = 2AM^2 - 2BM^2 - MC$

   a) Vérifier que $f(C) = 0$

   b)Montrer que $f(M) = 4\beta^2 - MD^2$

   c) Déterminer et construire l'ensemble F des points M qui vérifie

$f(M) = 0$.

Bon travail