L. s. Abou El Kassem Chebbi Miez El beb	*Mathématiques* **Devoir de Contrôle n ° 2**	Classe : **4 T** $_{1+2}$ **Prof : M: Moez + OTHMANI**
Date : 15 / 02 /2023	* Durée : 2 h *	Coefficient : 3

Exercice n ° 1: (03 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. 4×0.75

1) On donne les points $A(0,6,0)$ et $B(6,0,0)$. une équation du plan médiateur du segment [AB] est :

a) $x-y=0$ b) $x+y+z-6=0$ c) $x-y+1=0$

2) Soit les plans $P=p\left(E,\vec{n_P}\right)$ et $Q=p\left(F,\vec{n_Q}\right)$ tel que $P\cap Q=\Delta$ alors un vecteur directeur de la droite d'intersection des deux plans P et Q est :

a) $\vec{n_P}-\vec{n_Q}$ b) $\vec{n_P}+\vec{n_Q}$ c) $\vec{n_P}\wedge\vec{n_Q}$

3) Soit (Δ') une droite dont sa représentation paramétrique est $(\Delta'):\begin{cases}x=\alpha+1\\ y=\alpha\\ z=\alpha+2\end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$ alors :

a) $d=d(O,(\Delta'))=\sqrt{2}$ b) $d=d(O,(\Delta'))=\sqrt{6}$ c) $d=d(O,(\Delta'))=0$

4) Pour tout réel a et b ; strictement positifs, $\ln(2ab)-\ln\left(\frac{2b}{a}\right)$ est égal à :

a) 0 b) $\ln(a)$ c) $2\ln(a)$

Exercice n ° 2: (06 points)

Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}+\ln(x)$

et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat 0.5

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ce résultat 0.75

2) a) Montrer que f est dérivable sur et que $f'(x)=x+\frac{1}{x}$ 0.5

b) Dresser le tableau de variation de f sur $]0,+\infty[$ 0.25

3) a) Calculer $f''(x)$ et montrer que le point $I(1,1)$ est un point d'inflexion de ζ_f 0.5

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à ζ_f au point $I(1,1)$ 0.25

4) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à préciser 0.5

b) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution $\alpha \in]0,+\infty[$ et que $0.5 < \alpha < 0.6$ $0.5+0.25$

c) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(1)$ et déterminer une équation cartésienne de la tangente T' à $\zeta_{f^{-1}}$ au point d'abscisse 1 $0.25+0.25$

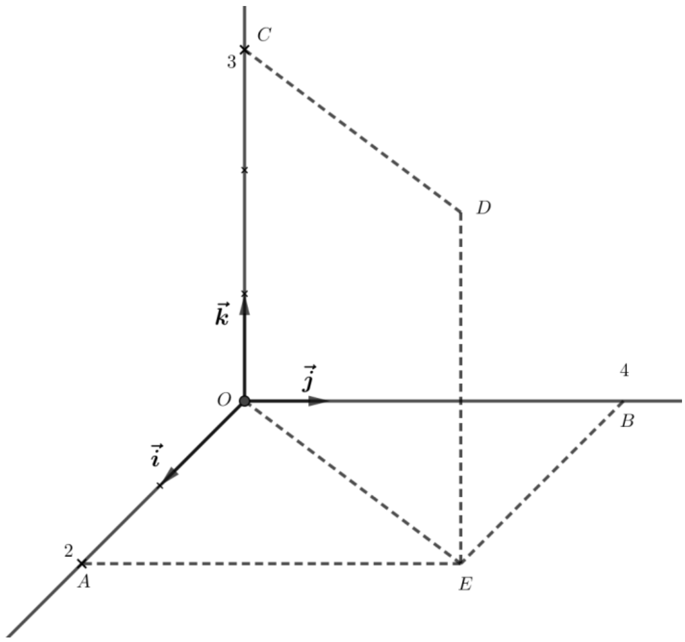
5) Tracer ζ_f et $\zeta_{f^{-1}}$ dans le même repère $0.5+0.5$

6) Déterminer F la primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 0.5

Exercice n ° 3: **(07 points)**

L'espace est rapporté à un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

Dans la figure ci-dessous les quadrilatères OAEB et OEDC sont deux rectangles. Soit le point $D(2,4,3)$



1) a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C et E 1

b) Déterminer les coordonnées du point I centre du rectangle OAEB 0.25

2) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ 0.5

b) En déduire l'aire du triangle ABC 0.5

c) Vérifier que les points A, B, C et D sont non coplanaires 0.5

d) Calculer le volume du tétraèdre ABCD 0.5

e) Soit H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC). Déduire que $DH=\frac{24\sqrt{61}}{61}$ 0.5

3) Montrer que le plan $P=(ABC)$ est d'équation $P:6x+3y+4z-12=0$ 0.5

4) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) 0.5

5) On considère la droite Δ de représentation paramétrique $\Delta:\begin{cases}x=\beta\\ y=2\beta\\ z=-3+3\beta\end{cases}$; $\beta\in\mathbb{R}$

a) Montrer que $D\in\Delta$ 0.25

b) Montrer que les droites Δ et (AB) sont sécants en un point dont on précisera 0.5

6) On considère l'ensemble S des points $M(x,y,z)$ tel que

$x^2+y^2+z^2-4x-8y-6z+13=0$

a) Montrer que S est une sphère de centre D et de rayon R à déterminer 0.75

b) Montrer que S et P sont sécants en un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre H et le rayon r 0.75

Exercice n ° 4: (04 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{2}$

1) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ et interpréter graphiquement ce résultat 0.5

2) Montrer que pour tout x on a $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}^{3}}$ 0.5

3) **a)** Ecrire une équation de la tangente T a $\mathscr{C}$ au point $I\left(0,-\frac{1}{2}\right)$ 0.5

b) Etudier la position de $\mathscr{C}$ et T 0.5

c) Montrer que le point $I\left(0,-\frac{1}{2}\right)$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}$ 0.25

4) Soit la fonction définie par $\begin{cases}h(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)\ldots si..x<0\\ h(0)=-1\end{cases}$

a) Montrer que h est continue à gauche en 0 0.5

b) Montrer que h est dérivable sur $]-\infty,0[$ et que $h'(x)=xf'(x)$ 0.5

c) Soit x un réel de $]-\infty,0[$ en utilisant le théorème des accroissements finis montrer qu'il existe un réel $c\in]x,0[$ tel que $\frac{h(x)+1}{x}=c.f'(c)$ 0.5

d) Déduire que h est dérivable à gauche en 0 et que $h'(0)=0$ 0.25