# *Devoir de synthèse N°2*

## *Exercice 1 :*

*Indiquer la bonne réponse :*

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln(1+e^x)}{x}$ =
   a) 0 b) 1 c) +∞
2) $\int_0^1 xe^{x^2}dx$ =
   a) $\frac{e-1}{2}$ b) 0 c) $\frac{1}{2}(1-e)$
3) Les deux plans P : 2x-y+3z+1=0 et Q : 2x+y-z+3=0 sont :
   a) Perpendiculaires b) Parallèles c) sécantes en A(1,8,1)

## *Exercice 2 :*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .

On considère les points A(0,1,2), B(2,0,3), C(-1,0,0) et I(1,2,1).

1) a) Vérifier que les points A,B et C ne sont pas alignés.
   b) On désigne par P le plan (ABC).
   Montrer qu'une équation cartésienne de P est : x+y-z+1=0.
2) Soit la sphère (S) dont une équation cartésienne est : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+3=0$.
   a) Montrer que (S) a pour centre le point I et déterminer son rayon.
   b) Montrer que le plan P est tangent à (S) au point A.
   c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.
3) Soit H le milieu du segment [IA] et Q le plan passant par H et parallèle à P.
   a) Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont sécants en un cercle ($\xi$).
   b) Déterminer le centre et le rayon du cercle ($\xi$).

## *Exercice 3 :*

A) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=e^x+x+1$.
   1) Dresser le tableau de variation de g.
   2) Montrer que l'équation g(x)=0 admet une solution unique $\alpha$ et que $-1,28 < \alpha < -1,27$.
   3) En déduire le signe de g(x) pour tout réel x.

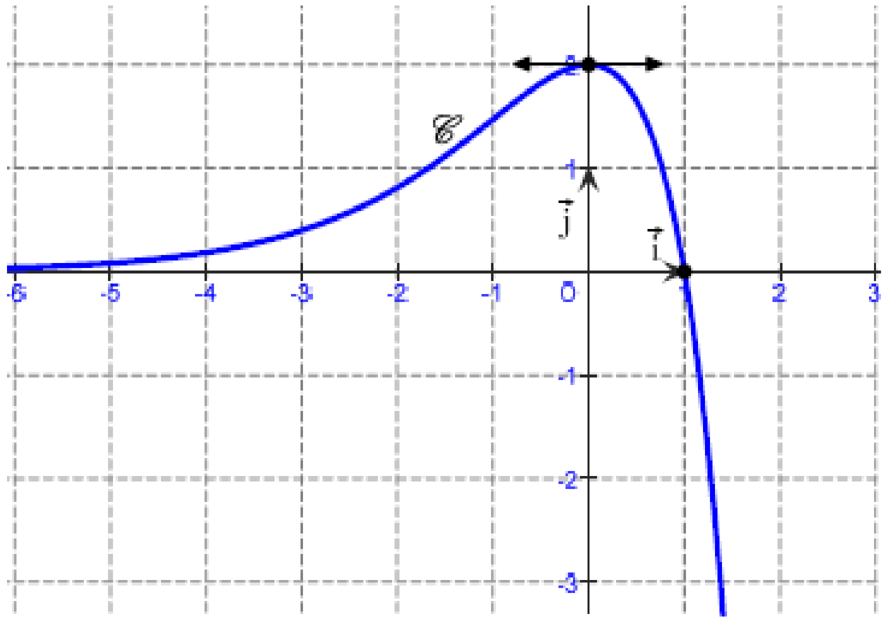
B) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$ .On désigne par $(C_f)$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
   1) a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$
      b) Dresser le tableau des variations de f.
      c) Montrer que $f(\alpha)=\alpha+1$
   2) a) Montrer que la droite Δ :y=x est une asymptote oblique à $(C_f)$.
      b) Etudier la position relative de $(C_f)$ et Δ.
      c) Déterminer une équation de la tangente T à $(C_f)$ au point d'abscisse 0.
      d) Construire $(C_f)$ , Δ et T.

## Exercice 4 :

*Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ .*

*La courbe $(C_f)$ représente une fonction définie dérivable sur IR.*

- ✓ *L'axe des abscisses est une asymptote à $(C_f)$ au voisinage de $-\infty$.*
- ✓ *$(C_f)$ admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.*




1) *Par lecture graphique* :
   a) *Déterminer f(0) ;f(1) et f '(0).*
   b) *Déterminer* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
   c) *Dresser le tableau de variation de f.*
2) *On admet que $f(x)=(ax+b)e^{cx}$ ; a,b et c des réels.*
   a) *Exprimer f '(x) en fonction de a,b et c.*
   b) *Déterminer a,b et c.*

## Exercice 5 :

A) *Soit g la fonction définie sur$]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2+\ln(x)-1$*
   1) *Dresser le tableau de variation de g.*
   2) *Calculer g(1).Déduire le signe de g(x) pour tout $x\in]0,+\infty[$.*

B) *Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x-\frac{1}{x}\ln(x)$ et soit $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$du plan (Unité :2cm).*
   1) *a) Calculer* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$*.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.*

      *b) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que pour tout $x \in ]0,+\infty[$ on a : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ .*

      *c) Dresser le tableau de variation de f.*
   2) *a) Montrer que la droite D :y=x est une asymptote à $(C_f)$.*

      *b) Préciser les positions relatives de $(C_f)$ et D.*

      *c) Tracer la droite D et la courbe $(C_f)$.*