Lycée secondaire ALI BOURGUIBA		2008 - 2009
Epreuve : Mathématiques	Devoir de synthèse n° : 2	Durée : 3 h
Prof : MAATALLAH	Le 04 - 03 - 2009	Classe : 4 S. Tec $_{1,2}$

EXERCICE N 1(3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est correcte. Relever cette [redacted]

1/ Soit $I=\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx = a$, alors a est égale :

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 2

2/ Le domaine de définition de la fonction f : x ⟼ ln(lnx) est :

a) $]0\,,+\infty[$ b) $]0\,,1[$ c) $]1\,,+\infty[$

3/ La limite de f :x ↦ $\frac{\ln(x+5)}{\sqrt{x+2}}$ lorsque x tend vers $+\infty$ *est égale à* :

a) 0 b) 1 c) $+\infty$

EXERCICE N 2 (5 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé (o , i , j , k). On considère les points A(1,1,0)[redacted]) et C(0 , 1 , 1) et l'ensemble $S = \{M(x,y,z) \in \xi \;/\; x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0\}$.

1/ Montrer que S est une sphère de centre I (1 , 1 , 1) et de rayon R = 1.

2/ a) Déterminer les composantes du vecteur AB AC .

b) Soit P le plan passant par A,B et C. Montrer que P à pour équation : $x + y + z - 2 = 0$

c) Montrer que O ,A,B et C forment un tétraèdre puis calculer son volume .

d) Montrer que P et S se coupent selon un cercle dont on précisera le centre et le rayon .

3/ Soit Q le plan d'équation : $x - y + \sqrt{2}z + 2 - \sqrt{2} = 0$.

a) Montrer que Q est tangent à S en un point J qu'on déterminera .

b) Donner une équation du plan Q' tangent à S et strictement parallèle à Q.

EXERCICE N 3 (4 points)

Un client désirant louer une voiture auprès de la société (LV) doit formuler sa demande en p[redacted]eux critères : *) la puissance du véhicule : il a le choix entre deux catégories A ou B

**) l'équipement : voiture climatisée ou non climatisée.

Une étude statistique portant sur un grand nombre de clients a permis d'établir que 60 % de[redacted] louent une voiture de catégorie A et que parmi eux , 20 % désirent la climatisation. En revanc[redacted] des clients préférant la catégorie B optent pour la climatisation.

1/ Traduire à l'aide d'un arbre de probabilité la situation décrite ci-dessus.

2/ On choisit au hasard un client et on définit les évènements suivants :

E :{ le client a choisi une voiture de catégorie A climatisée} , F :{ le client a choisi une voitur[redacted]ée}

a) Déterminer les probabilités de ces évènements.

b) Quelle est la probabilité pour que la voiture choisie soit de catégorie A sachant qu'elle es[redacted]ée ?

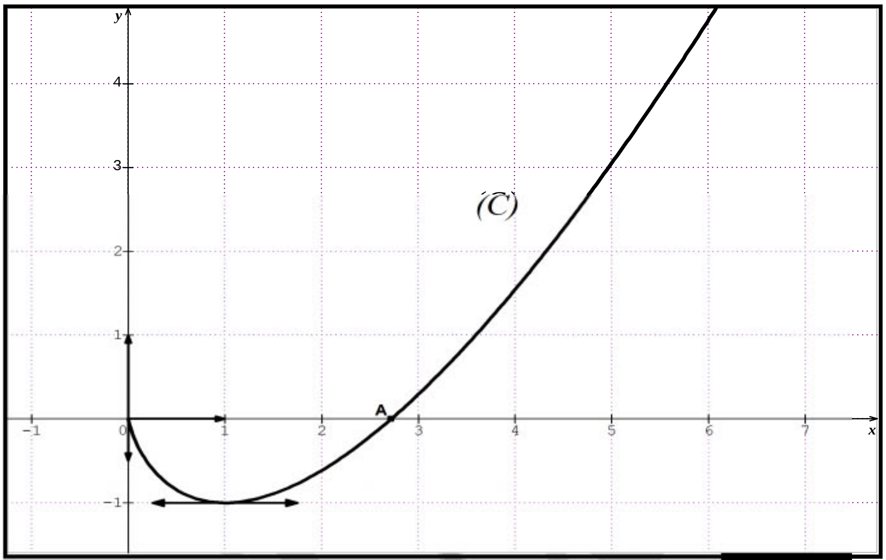
EXERCICE N 4 (3 points)

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = e^{-x}\ln(1 + e^{x})$. On pose $I(\alpha)=\int_0^{\alpha} f(x)\,dx$, avec $\alpha > 0$

1/Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) > 0$. Quel est le signe de $I(\alpha)$?

2/Calculer f + f' puis calculer $I(\alpha)$

3/ Calculer la limite de $I(\alpha)$ pour α tendant vers $+\infty$.



Dans le graphique ci -contre: (C) est la courbe représentative , dans un repère orthonormé , d'un fonction f définie sur l'intervalle [0, +∞ [et dérivable sur]0 , +∞ [.

-(C) admet une branche parabolique de direction l'axe de ordonnées au voisinage de + ∞
-(C) coupe l'axe des abscisses en O et A(e,0).

1/ Par une lecture graphique :

a) Déterminer f'(1) , $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ **,** $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x}$

b) Dresser le tableau de variation de f.
c) Justifier que la restriction g de f à l'intervalle [1 , +∞ [admet une fonction réciproque g[redacted]

2/ On admet que f est définie sur [0 , + ∞ [par f(x) = x(ln(x) – 1) si x > 0 et f(0) = 0 .

On désigne par (C_1) la courbe représentative de g et par (C_2) celle de g^{-1} dans un repère or[redacted]
(O , i , j) du plan .

a) Tracer (C_1) et (C_2)
b) Soit E la partie du plan limitée par la courbe (C_1) et les droites d'équations : y= 0 , x = 1[redacted]
Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'aire de E.

Bon Travail