LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE PROF: SALAH HANNACHI **4EME**TECHNIQUE «3»	2013/2014 **DEVOIR DE CONTRÔLE N2** *MATHEMATIQUES* 2 heures

Le sujet comporte quatre exercices répartis en deux pages

EXERCICE 1 : (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

■ Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) La courbe représentative de la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x^2(1-x)^2$ admet pour axe de symétrie la droite d'équation :

a) $x = 0$ **b)** $x = \frac{1}{2}$ **c)** $x = 1$

2) La courbe représentative de la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x^6 + x^4$ admet :

a) Un seul point d'inflexion **b)** Deux points d'inflexion **c)** aucun point d'inflexion

3) La fonction $f : x \longmapsto \sqrt{1+x}$ est une bijection de $[-1,+\infty[$ sur $[0,+\infty[$ et sa fonction réciproque est :

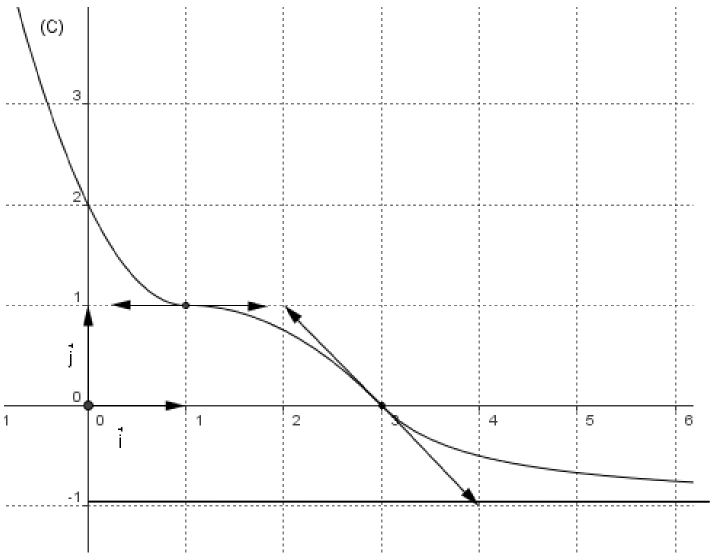
a) $f^{-1} : x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ **b)** $f^{-1} : x \longmapsto (1+x)^2$ **c)** $f^{-1} : x \longmapsto x^2 - 1$

■ L'espace étant muni d'un repère cartésien.

4) L'ensemble des points M(x,y,z) vérifiant le système : $\begin{cases} x = 1 - \alpha + 2\beta \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = 3 + 2\alpha - 4\beta \end{cases}$; $(\alpha,\beta) \in IR^2$ est :

a) Un cercle **b)** Une droite **c)** Un plan

EXERCICE 2 : (5 points)



La courbe (C) ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur IR, telle que :

- Au V($-\infty$) la branche infinie est parabolique de direction celle de $(O,\vec{\jmath})$
- Au V($+\infty$) la droite D : y=−1 est une asymptote.
- L'unique tangente horizontale est au point A(1,1).

1) Déterminer $f'(1)$, $f'(3)$, $f''(1)$ et $f''(3)$.

2) Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J qu'on précisera.

b) Déterminer $f^{-1}(1)$. La fonction f^{-1}est elle dérivable en 1 ? (Justifier votre réponse)

c) Montrer que f^{-1}est dérivable en 0 et calculer $(f^{-1})'(0)$.

5) Recopier le graphique ci-dessus sur votre copie et tracer la courbe (C') de la fonction f^{-1}.

Voir suite au verso

EXERCICE 3 : (7 points)

A/ Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) Montrer que g est dérivable sur IR et que pour tout réel x on a : $g'(x)=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

2) a) Dresser le tableau variation de la fonction g.

b) En déduire que pour tout réel x on a : $g(x)>0$.

B/ Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x)=x-1+\sqrt{x^2+1}$; $\forall$ x∈IR

(C) étant sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) a) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$. En déduire une interprétation géométrique.

b) Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x)=g(x)$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2) Montrer que la droite Δ d'équation $y=2x-1$ est une asymptote oblique à (C) au $V(+\infty)$.

3) a) Montrer qu'une équation de la tangente T à (C) au point O est $y=x$.

b) Etudier la position de T par rapport à (C).

4) Tracer T, Δ et (C).

EXERCICE 4 : (6 points)

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On donne la droite D définie par le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = 1+2\alpha \\ y = 3-\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$; (α ∈IR).

1) Vérifier que la droite D passe par le point A(3,2,1) et en donner un vecteur directeur $\vec{u}$.

2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par le point E(0,2,1) et perpendiculaire à la droite D.

3) a) Sachant que le plan P a pour équation : $2x-y+z+1=0$, déterminer les coordonnées du point H intersection de D et P.

b) En déduire la distance du point A au plan P. [Sachant que H(1,3,0)]

4) Soit le plan Q d'équation : $x+y-z+1=0$.

a) Vérifier que les plans P et Q sont perpendiculaires.

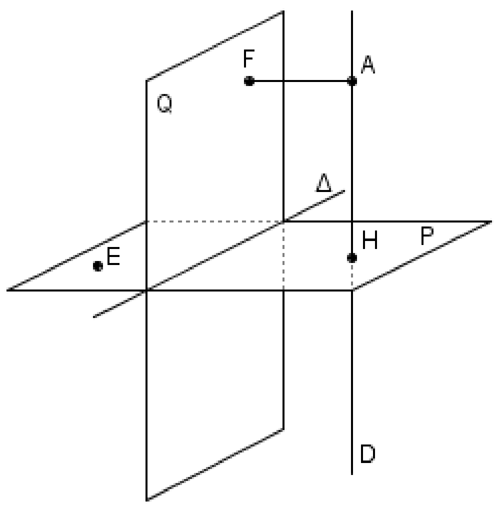
b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection (qu'on notera Δ).

5) Calculer la distance d du point A au plan Q.

6) Soit F le projeté orthogonal de A sur le plan Q.

Le plan (AFH) coupe la droite Δ en un point K.

Calculer la distance AK



Bon travail