DEVOIR DE CONTROLE N°2

EXERCICE 1 :(2 points)

Répondre par vrai ou faux.

1. Les racines 4èmes du nombre complexe $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ sont : $z_k = e^{i\left[\frac{(1+8k)\pi}{4n}\right]}$, $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.
2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les droites D_1 et D_2 de representations paramétriques respectives :
$\begin{cases} x = 4+t \\ y = 6+2t \, , t \in IR \\ z = 4-t \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 8+5t' \\ y = 2-2t' \, , t' \in IR. \\ z = 6+t' \end{cases}$
Les droites D_1 et D_2 sont coplanaires.
3. $\lim_{-\infty} \left(x - 2 - \frac{1}{x}\right) e^x = 0$.
4. $\forall\, x \in IR$, $\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

EXERCICE 2 :(6 points)

Pour tout $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta) : z^2 - z + e^{2i\theta} - ie^{i\theta} = 0$.

1. Vérifier que $\left(-ie^{i\theta}\right)$ est une solution de (E_θ).
2. En déduire l'autre solution.
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
On désigne par A, M' et $M"$ les points d'affixes respectives 1, $z' = 1 + ie^{i\theta}$ et $z" = -ie^{i\theta}$.
   a. Ecrire z' et $z"$ sous forme exponentielle.
   b. Montrer que $OM'AM"$ est un parallèlogramme.
   c. Déterminer θ pour que $OM'AM"$ soit un losange.

EXERCICE 3 :(6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.
On considère les points $A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$ et $C(-2; 2; 2)$.

1. a. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ puis les longueurs AB et AC.
b. En déduire une valeur approchée arrondie au degré près de l'angle $B\widehat{A}C$.
c. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Vérifier q'une équation du plan (ABC) est : $2x - y + 2z + 2 = 0$.
3. Soient P_1 et P_2 les plans d'équations respectives : $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$.
Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants selon une droite D dont un système d'équations paramétriques est : $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3\alpha \, , \alpha \in IR. \\ z = \alpha \end{cases}$
4. Démontrer que la droite D et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

DEVOIR DE CONTROLE N°2

EXERCICE 4 :(6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 1 + x - \frac{2x}{1+x^2}$
On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe representative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

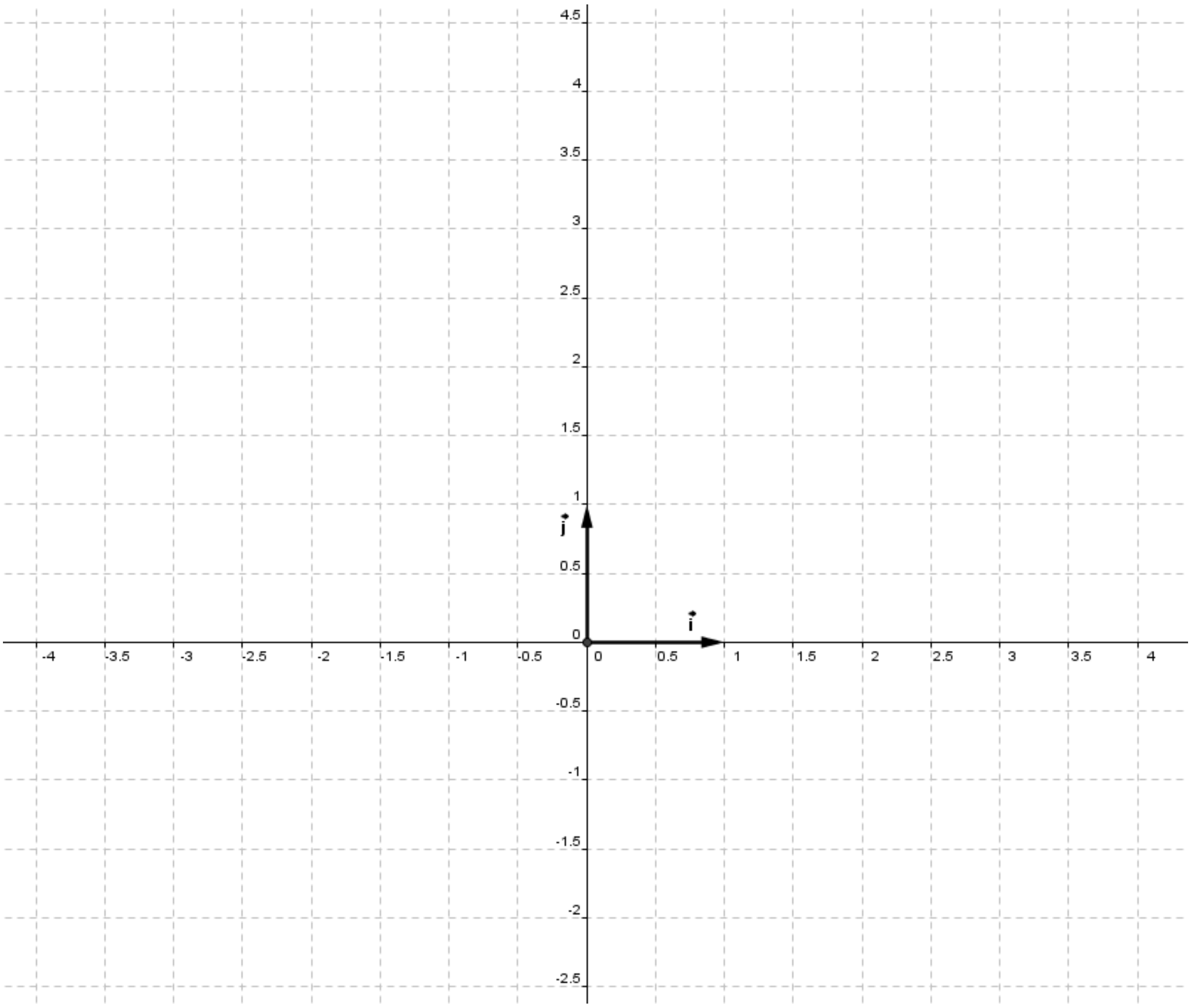
1. Déterminer $\lim_{x \longmapsto -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \longmapsto +\infty} f(x)$.
2. a. Montrer que $\forall\, x \in IR$, on a $f'(x) = \frac{(x^2+2)^2 - 5}{(1+x^2)^2}$

   b. Dresser le tableau de variation de f.
3. Montrer que le point $A(0, 1)$ est un centre de symétrie de la coube $\mathcal{C}$.
4. Montrer que la droite $\Delta : y = 1 + x$ est une asymtote oblique à la courbe $\mathcal{C}$ au voisinage de $\pm\infty$.
5. Tracer Δ et $\mathcal{C}$.

Bon Travail

DEVOIR DE CONTROLE N°2

Questions	Vrai ou Faux
1	
2	
3	
4	



DEVOIR DE CONTROLE N°2