

Exercice n°1

(3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à donner la réponse exacte sans justification.

| N° | questions | réponses | | |
|----|---|----------|-------------------|---------------------------|
| | | a | b | c |
| 1 | a, b et c des réels strictement positifs tels que : $\ln a = 3 ; \ln b = -2$ et $\ln c = 4$ alors $\ln \left(\frac{a^2 b}{c^4} \right) =$ | -1 | -12 | 5 |
| 2 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x} =$ | 1 | 0 | $+\infty$ |
| 3 | On donne le plan P et la droite D $P : 2x - 3y + z + 1 = 0$ $D : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ | P//D | P⊥D | P et D ne sont ni // ni ⊥ |
| 4 | On donne les deux plans P et P' $P : 2x - y + z + 1 = 0$ $P' : ax + 2y + z - 3 = 0$ P⊥P' signifie | a = -1 | a = $\frac{1}{2}$ | a = 1 |

Exercice n°2

(6pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$A(1, -2, 0) ; B(2, 1, 2)$ et $C(0, -1, 0)$

1°) Montrer que A, B et C définissent un plan P.

2°) Donner une équation cartésienne du plan P.

3°) Soit le point I(1, 2, 1).

a – Calculer la distance $d(I, P)$.

b – Soit D la droite perpendiculaire à P et passant par I. Donner un vecteur directeur de D, en déduire un système d'équations paramétriques de D.

c – Soit H le point d'intersection de P et D. Déterminer les coordonnées de H.

d – Retrouver alors la distance $d(I, P)$.

Exercice n°3

(3pts)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x \ln x$

1°) Calculer $f'(x)$.

2°) En déduire la primitive de f qui s'annule en 1.

Exercice n°4

(8pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$.

1°) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; et $f(1)$

2°) Montrer que la droite $\Delta : x = -1$ est un axe de symétrie de C_f .

3°) Etudier les variations de f et donner le T.V de f .

4°)

a – Montrer que la droite $D : y = x + 1$ est une asymptote oblique à C_f au $V(+\infty)$.

b – Montrer que C_f est située au dessus de D .

c – Tracer C_f .

5°) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-1, +\infty[$.

a – Montrer que g réalise une bijection de $[-1, +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.

b – Montrer que g^{-1} est dérivable en $2\sqrt{2}$ et que $(g^{-1})'(2\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

c – Tracer $C_{g^{-1}}$.

d – Donner l'expression de $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.