

Durée 02 h

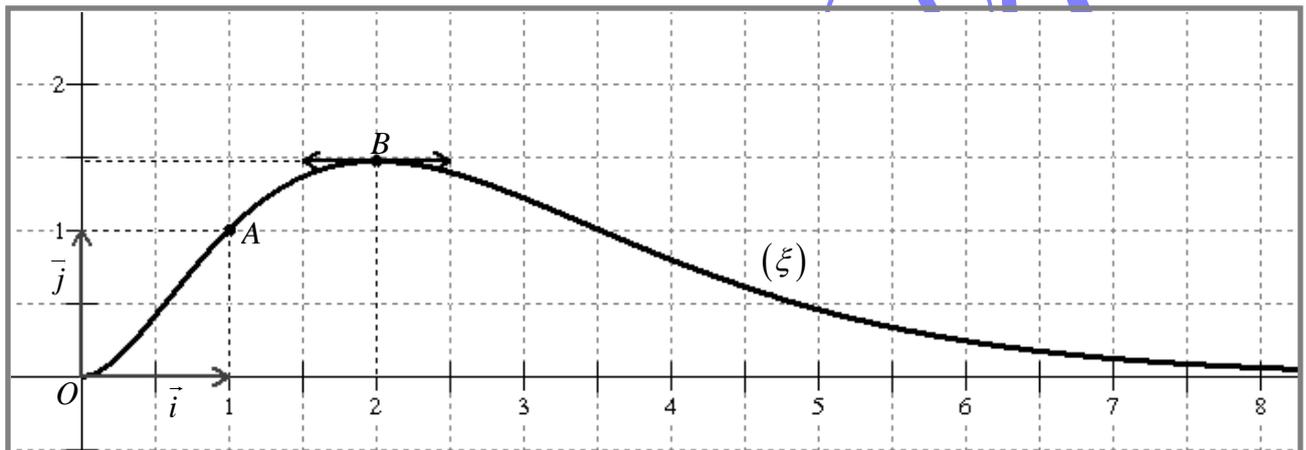
N.B : La présentation et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n° 01 (4 pts) :

La courbe (ξ) donnée ci-dessous représente dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) une fonction f définie et dérivable sur $[0, +\infty[$ à valeurs strictement positives sur $[0, +\infty[$, on note f' la fonction dérivée de f .

On sait que : * la courbe (ξ) passe par les points O , $A(1; 1)$ et $B\left(2; \frac{4}{e}\right)$

* la droite (OA) est tangente à (ξ) en A



1/a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $f'(1)$ et $f'(2)$. (1 pt)

b) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions dans $[0, +\infty[$. (1 pt)

2/ On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \ln[f(x)]$

Déterminer le sens de variation de g sur $]0, +\infty[$. (2 pts)

Exercice n° 02 (6 pts) :

On considère la fonction φ définie par $\varphi(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1/ Déterminer le domaine de définition de φ . (0,5 pts)

2/a) Étudier la dérivabilité de φ . (0,75 pts)

b) Dresser le tableau de variation de φ . (0,75 pts)

3/ Construire (ξ_φ) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (1 pt)

4/a) Montrer que φ réalise une bijection de D_φ sur un intervalle I que l'on précisera. (1 pt)

b) Expliciter $\varphi^{-1}(x)$; $x \in I$. (1 pt)

c) Construire $(\xi_{\varphi^{-1}})$. (1 pt)

Durée 02 h

Exercice n° 03 (5 pts) :

On considère le polynôme : $P(z) = z^3 - (8+3i)z^2 + (41+24i)z - 123i$

1/ Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une racine imaginaire pure que l'on précisera. (1 pt)

2/ Déterminer les réels a, b et c tels que $P(z) = (z - 3i)(az^2 + bz + c)$. (1 pt)

3/ Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. (1 pt)

4/ Le plan complexe \mathcal{P} est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 4+5i$; $z_B = 3i$ et $z_C = 4-5i$

a) Déterminer l'affixe d'un point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. (1 pt)

b) Calculer les distances AC et BD . (0,5 pts)

c) Indiquer la nature exacte du quadrilatère $ABCD$. (0,5 pts)

Exercice n° 04 (5 pts) :

L'espace \mathcal{E} est rapporté à orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(1,0,2)$; $B(1,1,4)$ et $C(-1,1,1)$.

1/a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. (1 pt)

b) Soit $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$; Vérifier que le vecteur \vec{n} est orthogonal aux vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} . (1 pt)

c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) . (1 pt)

2/ Soient $P_1 : 2x + y + 2z + 1 = 0$ et $P_2 : x - 2y + 6z = 0$

a) Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants selon une droite D dont on déterminera un système d'équations paramétriques. (1 pt)

b) La droite D et le plan (ABC) sont-ils sécants ou bien parallèles ? (1 pt)

Bon Travail 