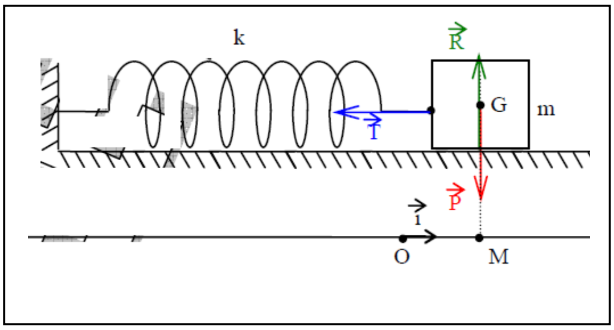
A- Etude des oscillations mécaniques non amorties.

- L'élongation **X(t),** prend des valeursnégatives et positive au cour du temps.
- L'élongation**X(t)** change leur signe sans diminution d'amplitude (les frottements sons négligeables).

En dit que **X(t)** subit des oscillations libres non amorties.

1- L'équation différentielle



En applique la **RFD**.

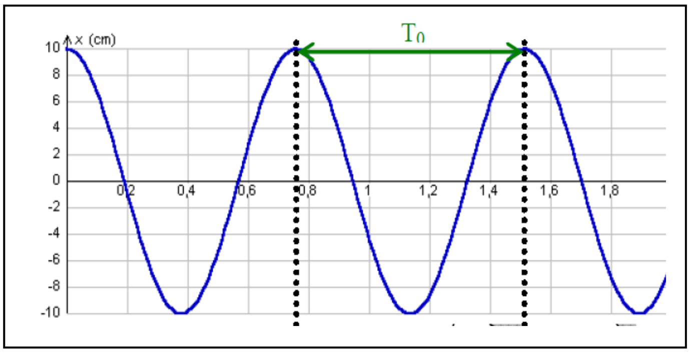
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\,\vec{a}$(Corps en Mvt).

Par projection sue **(XX').**

$-Kx = m\,a \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

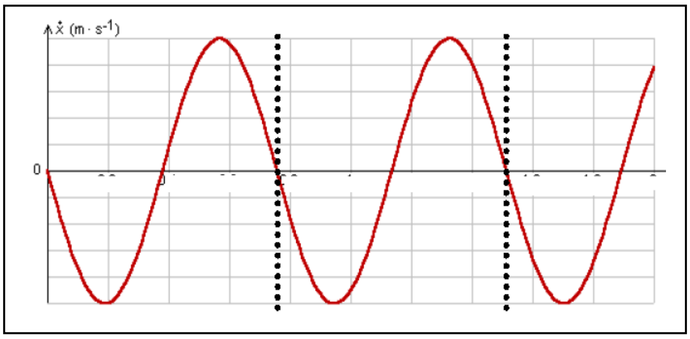
$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0.$ L'équation diff en **x(t).**

- L'équation diff admet comme solution **$x(t)=X_m \sin(w_o t + \mathcal{E}_x)$.**
- **X(t)** est sinusoïdale périodique.
  - $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$.
  - $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$.
  - $w_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$.

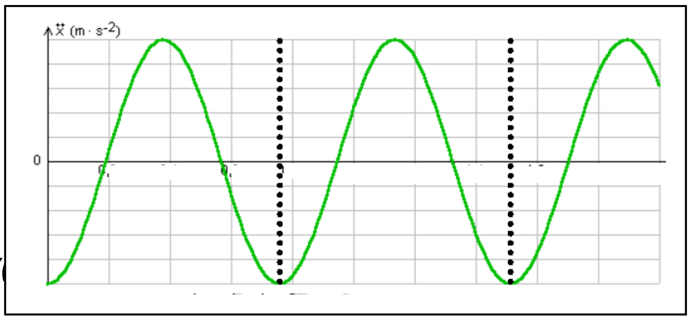


- **$V(t) = \frac{dx}{dt} = X_m w_o \sin(w_o t + \mathcal{E}_x + \frac{\pi}{2})$.**
- **$V(t) = V_m \sin(w_o t + \mathcal{E}_v)$ avec $\begin{cases} V_m = X_m w_0 \\ \mathcal{E}_v = \mathcal{E}_x + \frac{\pi}{2} \end{cases}$.**
- **V(t) est en quadrature avance de phase**

  Par rapport à' X(t).



- $a(t) = \frac{dv}{dt} = X_m\, w_o^2 \sin(w_o t + \mathcal{E}_v + \frac{\pi}{2})$.
- **$a(t) = a_m \sin(w_o t + \mathcal{E}_a)$ avec $\begin{cases} a_m = X_m w_o^2 \\ \mathcal{E}_a = \mathcal{E}_x + \pi \end{cases}$.**
- **a(t) est en opposition de phase par rapport a X(t)**



2- L’énergie totale du système.

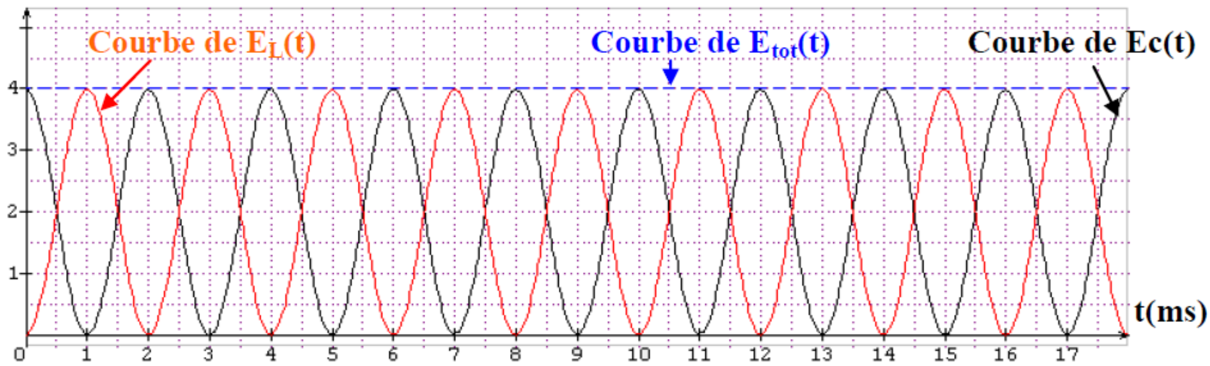
$E = E_p + E_c$ avec $\begin{cases} E_P = E_{PP} + E_{pe} = 0 + \frac{1}{2}Kx^2 \\ E_c = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$.

$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = cst$ *(Sys conservatif ce qui entraine une amplitude constante).*

$\frac{dE}{dt} = Kx\frac{dx}{dt} + mv\frac{dv}{dt} = m\,v\,(\frac{K}{m}x + a) = 0$ *(d’après L’équation diff).*

$\Rightarrow$ *Le système subit des Oscillation libres non amortis.*

$\Rightarrow$ $E = \frac{1}{2}K{X_m}^2 = \frac{1}{2}m{V_m}^2$.



E_c et E_{pe} sont deux fonction sinusoïdalepériodique de période $T_e = \frac{T_0}{2}$.

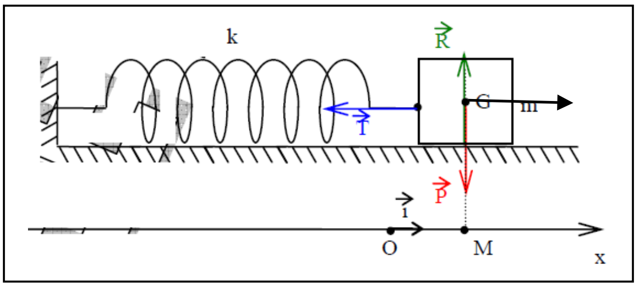
B- Etude des oscillations mécaniques amorties

1- L’équation différentielle

Le corps est soumise aune force de frottement $\vec{f} = -h\vec{v}$ *(**h** est appelé coefficient de frottement).*

En applique la RFD : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$

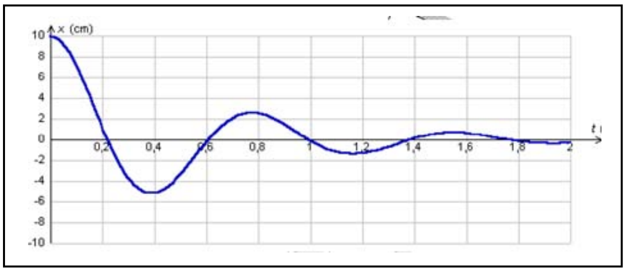
Par proj : **$-Kx - hv = ma$.**



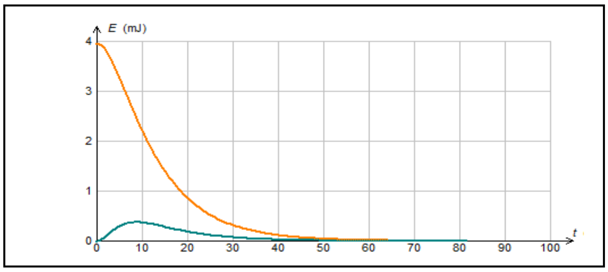
$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{K}{m}x = 0.$ *L’équation diff en **x(t).***

- *L’élongation **X(t),** prend des valeursnégatives et positives avec diminution d’amplitude a’ cause de présence du frottement.*

*Régime pseudopériodique**(h faible)***



*Régime a 'périodique **(h élevé)***



- *L'élongation **X(t)** subit des oscillations libres amorties.*
- *La diminution d'amplitude est due à' la diminution d'énergie qui est perdu par la force de frottement.*
- *On dit que le régime est pseudopériodique.*
- *Si h est élevé le régime est dit apériodique.*
- *Pour un mouvement pseudopériodique faiblement amorti, la pseudo-période **T** est presque égale à la période propre T_0.*

2- L'énergie du système

$$E = E_p + E_c \quad avec \begin{cases} E_P = E_{PP} + E_{pe} = 0 + \frac{1}{2} Kx^2 \\ E_c = \frac{1}{2} mv^2 \end{cases}.$$

$$E = \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m v^2.$$

$$\frac{dE}{dt} = K x \frac{dx}{dt} + m v \frac{dv}{dt} = m\ v\left(\frac{K}{m} x + \frac{d^2x}{dt}\right) = - h\ v^2 < 0$$ *(d'après L'équation diff).*

L[illegible] au cour du temps ce qui entraine la diminution d'amplitude.