T-AIDE MEMOIRE

OSCILLATIONS FOCEES :

- ### *OSCILLATEUR MECANIQUE FORCE*

1) Equation différentielle en x :

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h\frac{dx}{dt}+kx=Fe$$

La solution de cette équation est :

$x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$

On associe à chaque terme de l'équation un vecteur de Fresnel :

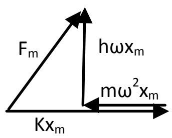
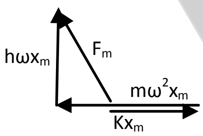
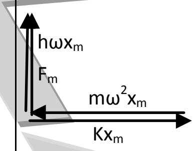
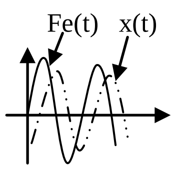
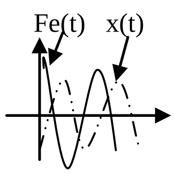
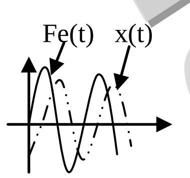
$Kx \longrightarrow [KX_m\,;\,\varphi_x]$

$h\frac{dx}{dt} \longrightarrow [h\omega X_m\,;\,\varphi_x+\pi/2]$

$m\frac{d^2x}{dt^2} \longrightarrow [m\omega^2 X_m\,;\,\varphi_x+\pi]$

$F_e(t) \longrightarrow [F_m\,;\,\varphi_e]$

CONSTRUCTION de FRESNEL :

$K > m\omega^2$ $\omega < \omega_0$  $0<\varphi_e-\varphi_x<\frac{\pi}{2}$ $0<\Delta t<T/4$	$K< m\omega^2$ $\omega > \omega_0$  $\frac{\pi}{2}<\varphi_e-\varphi_x<\pi$ $T/4 <\Delta t <T/2$	$K = m\omega^2$ $\omega = \omega_0$  $\varphi_e-\varphi_x=\frac{\pi}{2}$ $\Delta t = T/4$
 $tg(\varphi_e-\varphi_x) > 0$	 $tg(\varphi_e-\varphi_x) < 0$	 $tg(\varphi_e-\varphi_x)\rightarrow\infty$

Fe(t) est toujours en avance de phase sur x(t)

$$X_m=\frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2+(k-m\omega^2)^2}}$$

si $\omega=\omega_0 \Longleftrightarrow X_m=F_m/h\omega$

$tg(\varphi_e-\varphi_x) = h\omega/K- m\omega^2$

- ***Resonance d'elongation***

X_m est maximale $\Longleftrightarrow$ $\omega_r^2=\omega_0^2-\mathbf{h}^2/2m^2$

Avec $h<h_{limite}= m\,\omega_0\sqrt{2}$

OSCILLATEUR ELECTRIQUE FORCE

Equation différentielle en q :

$$\mathbf{L}\frac{d^2q}{dt^2}+\mathbf{R}\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}\mathbf{q}=\mathbf{u_e}$$

La solution de cette équation est :

$q(t)= Q_m \sin(\omega t + \varphi_q)$

On associe a chaque terme de l'équation un vecteur de Fresnel :

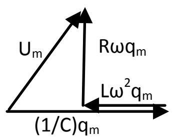
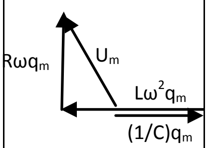
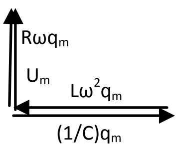
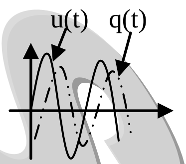
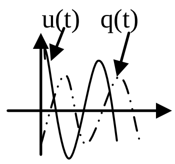
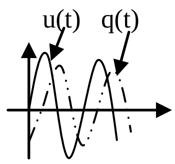
$q/C \longrightarrow [(1/C).Q_m\,;\,\varphi_q]$

$R\frac{dq}{dt} \longrightarrow [R\,\omega\,Q_m\,;\,\varphi_q+\pi/2]$

$L\frac{d^2q}{dt^2} \longrightarrow [L\,\omega^2 Q_m\,;\,\varphi_q+\pi]$

$U_e(t) \longrightarrow [U_m\,;\,\varphi_u]$

CONSTRUCTION de FRESNEL :

$1/C > L\omega^2$ $\omega < \omega_0$  $0<\varphi_u-\varphi_q<\frac{\pi}{2}$ $0<\Delta t<T/4$	$1/C < L\omega^2$ $\omega > \omega_0$  $\frac{\pi}{2}<\varphi_u-\varphi_q<\pi$ $T/4 <\Delta t <T/2$	$1/C = L\omega^2$ $\omega = \omega_0$  $\varphi_u-\varphi_q=\frac{\pi}{2}$ $\Delta t = T/4$
 $tg(\varphi_u-\varphi_q) >0$	 $tg(\varphi_u-\varphi_q) < 0$	 $tg(\varphi_u-\varphi_q)\rightarrow\infty$

u(t) est toujours en avance de phase sur q(t)

$$Q_m=\frac{U_m}{\sqrt{R^2\omega^2+[(1/C)-L\omega^2]^2}}$$

si $\omega=\omega_0 \Longleftrightarrow Q_m=U_m/R\omega$

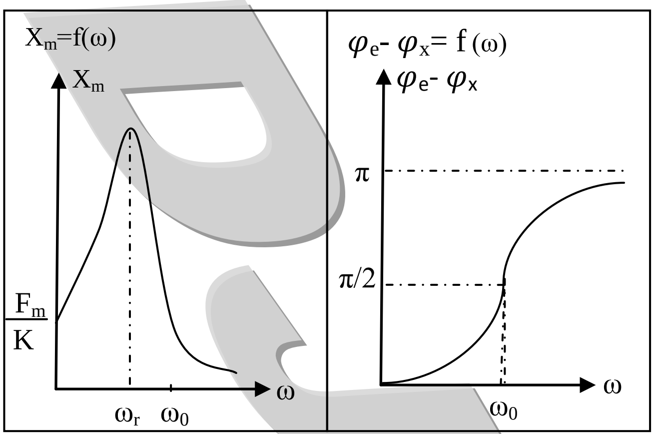
$tg(\varphi_u-\varphi_q) = R\,\omega/(1/C) - L\omega^2$

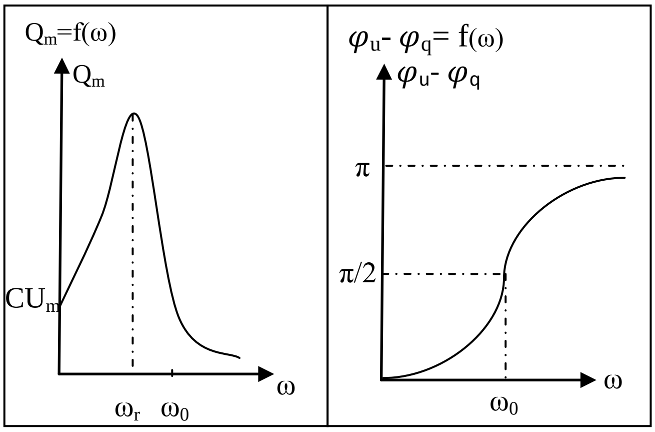
- ***Resonance de charge.***

Q_m est maximale $\Longleftrightarrow$ $\omega_r^2=\omega_0^2-\mathbf{R}^2/2L^2$

Avec $R<R_{limite}= L\,\omega_0\sqrt{2}$

T-AIDE MEMOIRE





Equation différentielle en V

$$m\frac{dV}{dt} + hV + K\int V dt = F_e$$

La solution de cette équation est

$V(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi_v)$

On associe à chaque terme de l'équation un vecteur de Fresnel :

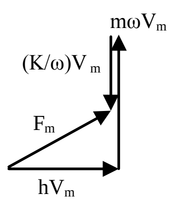
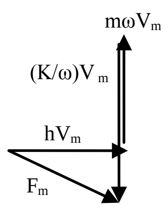
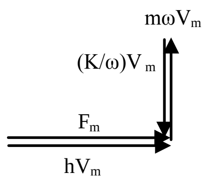
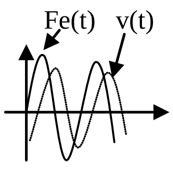
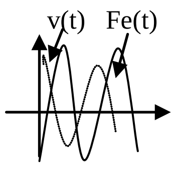
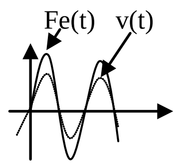
$hV \longrightarrow [hV_m ; \varphi_v]$

$m\frac{dV}{dt} \longrightarrow [m\omega V_m ;\ \varphi_v + \pi/2]$

$K\int V dt \longrightarrow [(K/\omega)V_m ;\ \varphi_v - \pi/2]$

$F_e(t) \longrightarrow [F_m, \varphi_e]$

CONSTRUCTION de FRESNEL :

$K/\omega < m\omega$ $\omega > \omega_0$	$K/\omega > m\omega$ $\omega < \omega_0$	$K/\omega = m\omega$ $\omega = \omega_0$
		
$0 < \varphi_e - \varphi_v < \frac{\pi}{2}$ F(t) est en avance de phase sur v(t).	$-\frac{\pi}{2} < \varphi_e - \varphi_v < 0$ F(t) est en retard de phase sur v(t).	$\varphi_e - \varphi_v = 0$ F(t) est en phase avec v(t).
		

Equation différentielle en i :

$$\mathbf{L}\frac{di}{dt} + \mathbf{R\,i} + 1/C\int \mathbf{idt} = \mathbf{u_e}$$

la solution de cette équation est :

$i(t)=I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

On associe à chaque terme de l'équation un vecteur de Fresnel :

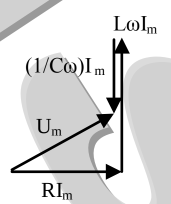
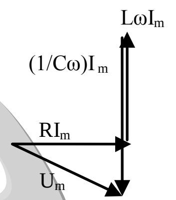
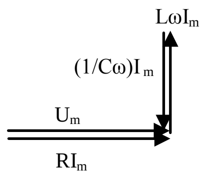
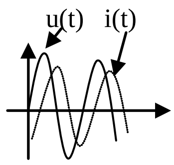
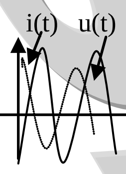
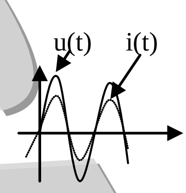
$Ri \longrightarrow [RI_m ; \varphi_i]$

$L\frac{di}{dt} \longrightarrow [L\omega I_m ; \varphi_i + \pi/2]$

$(1/C)\int idt \longrightarrow [(1/C\omega)I_m ; \varphi_i - \pi/2]$

$u_e(t) \longrightarrow [U_m ; \varphi_e]$

CONSTRUCTION de FRESNEL :

$1/C\omega < L\omega$ $\omega > \omega_0$	$1/C\omega > m\omega$ $\omega < \omega_0$	$1/C\omega = L\omega$ $\omega = \omega_0$
		
$0 < \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$ u(t) est en avance de phase sur i(t).	$-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_i < 0$ u(t) est en retard de phase sur i(t).	$\varphi_u - \varphi_i = 0$ u(t) est en phase avec i(t).
		

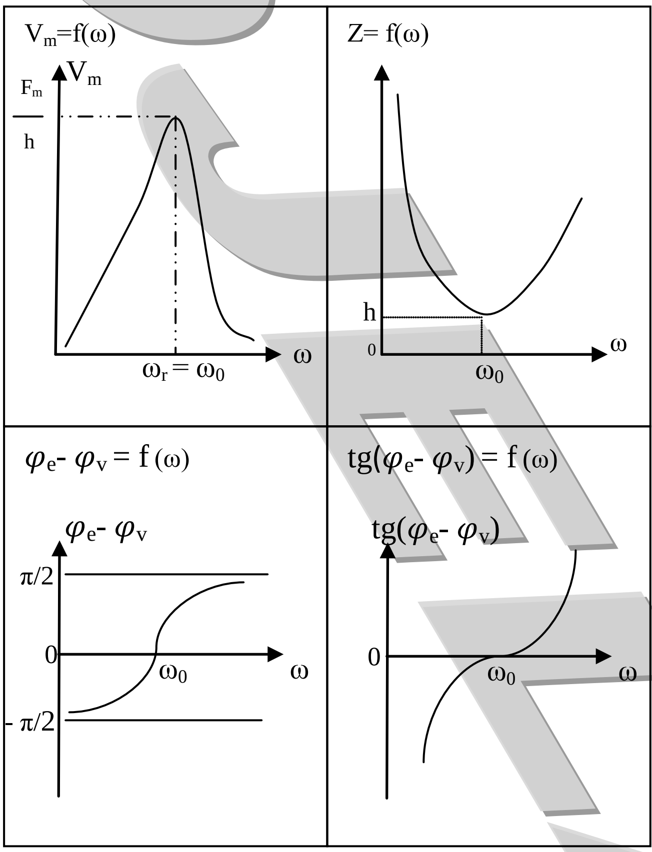
T-AIDE MEMOIRE

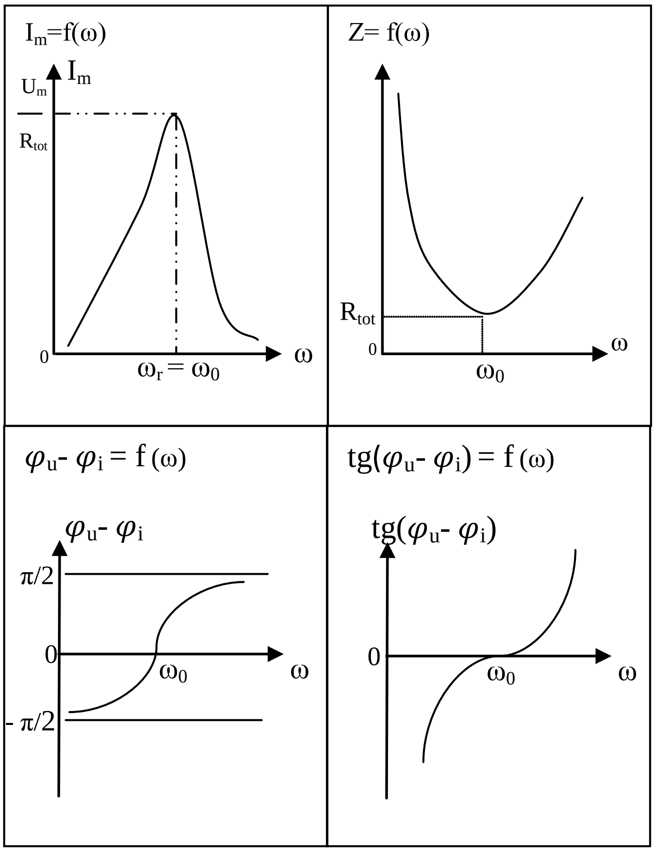
$$V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + [(k/\omega) - m\omega)]^2}}$$

$$tg\,(\varphi_e - \varphi_x) = \frac{K/\omega \;-\; m\omega}{h}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2_{tot} + [(1/C\omega) - L\omega]^2}}$$

$$tg\,(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{[(1/C\,\omega) - L\omega]}{R_{tot}}$$





Propriétés de la résonance de vitesse

*V_m est maximale.

*$K/\omega = m\omega \Leftrightarrow \omega = \omega_0$.

* $F_e(t)$ et $v(t)$ sont en phase.

* $F_e(t)$ est quadrature avance de phase sur $x(t)$.

*Le facteur de qualité : $Q = K/(h\,\omega_0) = m\,\omega_0/h$

Etude Energétique

*$E_m = ½\,Kx^2 + ½\,mv^2$.

* $\frac{dE_m}{dt} = F_e v - hv^2$.

Puissance moyenne.

*$P_m = \frac{F_m V_m}{2}\cos(\varphi_e - \varphi_v)$

Or $F_m = ZV_m$ et $\cos(\varphi_e - \varphi_v) = h/Z$.

Soit donc : $P_m = ½\,hV_m^2$

Propriétés de la résonance d'intensité

*I_m est maximale.

*$1/C\omega = L\omega \Leftrightarrow \omega = \omega_0$.

* $u_e(t)$ et $i(t)$ sont en phase.

*$u_e(t)$ est quadrature avance de phase sur $q(t)$.

*Le facteur de qualité : $Q = 1/(C\,\omega_0) = L\omega_0/h$

Etude Energétique

*$E = (1/2C)\,q^2 + (1/2)Li^2$.

* $\frac{dE}{dt} = u_e i - Ri^2$.

Puissance moyenne.

*$P_m = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi_u - \varphi_i)$

Or $U_m = ZI_m$ et $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = R/Z$.

Soit donc : $P_m = ½\,RI_m^2$