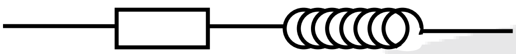
Dipôle RL

I Les bobines :

1) Structure et symbolisation :

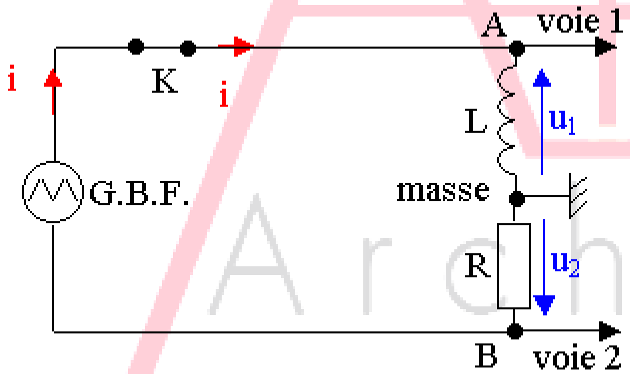
Une bobine est constituée à partir d'un **enroulement très serré de fil de cuivre qui est gainé sur un matériau isolant** de faible épaisseur.

Comme un fil de cuivre possède une résistance comme tout fil électrique, **la bobine présente un caractère résistif**. Ce caractère est représenté par la **résistance interne de la bobine notée r**.
Ainsi la représentation d'une bobine dans un schéma électrique est la suivante :



2) Comportement d'une bobine :

a. Dispositif expérimental :
Nous allons nous placer dans un cas où la **résistance interne de la bobine est négligeable** (il faut choisir la bobine en conséquence), afin de savoir quelle influence a l'introduction d'une bobine dans un circuit.
On réalise le montage suivant :



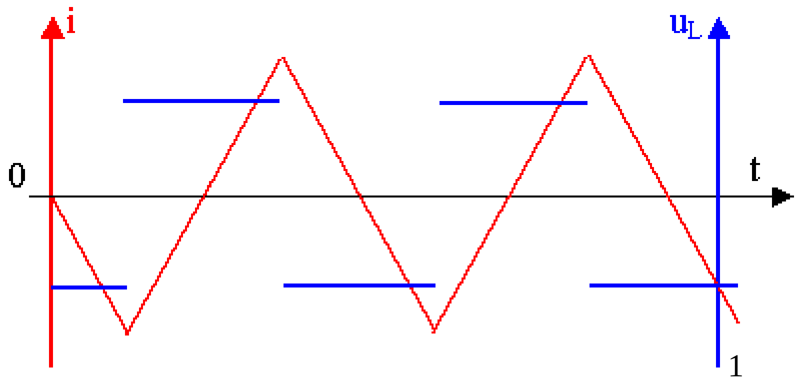
Réglage du matériel :

- L = 500 mH (réglable) et de résistance interne faible (10 Ω).
- R = 10 kΩ (boîte réglable). Cette résistance permettra de visualiser l'intensité i du courant dans le circuit.
- Un GBF réglé à 5V d'amplitude et délivrant une **tension en dents de scie de fréquence 200 Hz**.
- Le logiciel généris 5+ sera lancé sur l'ordinateur et sera paramétré pour procéder à l'enregistrement de u_1 et u_2 dés la fermeture de K.

On a branché le système d'acquisition de telle façon que nous visualisons en **voie 1 la tension aux bornes de la bobine** et en **voie 2 la tension aux bornes de la résistance donc à un facteur prêt, l'intensité du courant dans le circuit** (attention on a $u_2 = - R \times i$).

b. Résultats expérimentaux :

- Fermons K et observons les courbes obtenues :



ATTENTION ! On a inversé le signal reçu sur la voie 2 pour pouvoir observer l'évolution de l'intensité et non son opposée.

On observe, aux bornes de la bobine, une tension en créneau qui est légèrement déformé expérimentalement puisque la bobine possède une petite résistance interne. u_1 est positive lorsque l'intensité dans le circuit croît.

- Faisons varier la fréquence du signal en dents de scie (donc de i(t)) : si on l'augmente (on la double par exemple), on observe que l'amplitude des créneaux augmentent. Qu'est-ce que cela signifie ?

Raisonnons théoriquement :

- ✓ L'intensité est un signal en dents de scie, donc son expression mathématiques **est i(t) = at + b pendant le front montant du signal**.
- ✓ Le **coefficient directeur** de cette droite croissante est a, **équivalent mathématiquement à** $\frac{di}{dt}$.
- ✓ Or, **augmenter la fréquence du signal en dents de scie**, revient à augmenter la pente de la droite croissante représentant i(t) dans le front montant, donc à **augmenter** $\frac{di}{dt}$.
- ✓ **Finalement, si $\frac{di}{dt}$ augmente alors l'amplitude de $u_1 = u_L$ croît.**

  (L'amplitude de u_L est égale à u_L puisque sur une demi-période, u_L est constante)

- Relevons quelques valeurs de a et de u_L et **traçons u_L = f(a)** :

  On obtient une droite ce qui prouve qu'il y a relation de **proportionnalité entre** $\frac{di}{dt}$ **et u_L**

c. Conclusion : expression de l'intensité aux bornes d'une bobine [3] :

- ✓ Lorsque la résistance interne de la bobine est négligeable, la tension aux bornes d'une bobine s'exprime par :

$$\boxed{u_L = L\times\frac{di}{dt}}$$

u_L : tension aux bornes de la bobine en Volts (V)
di/dt : dérivée par rapport au temps de l'intensité dans le circuit en Ampère par seconde ($A.s^{-1}$)
L : Inductance de la bobine exprimée en Henry (H)

- ✓ Si la résistance interne de la bobine n'est pas négligeable on obtient :

$$\boxed{u_L = r\times i + L\times\frac{di}{dt}}$$

r s'exprime en Ohms (Ω) et i en Ampères (A)

d. Remarques :

- Lorsque l'**intensité** du courant dans un circuit est **constante**, le **terme di/dt est nul** et la tension aux bornes de la bobine est r×i. Ainsi, **la bobine se comporte comme une résistance**.
- **La bobine n'a donc un « intérêt » que lorsque l'intensité du courant dans un circuit varie**, notamment à l'ouverture ou la fermeture du courant dans un circuit.

e. Inductance d'une bobine :

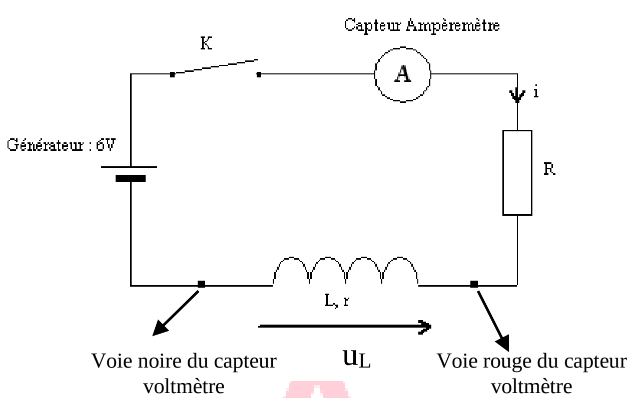
- Cette **inductance L** d'une bobine **dépend de sa structure**, notamment de sa longueur, du nombre d'enroulement ...
- **Elle s'exprime en Henry mais on utilise généralement des sous multiples du Henry** pour les valeurs des inductances des bobines courantes voir tableau ci-contre.

Inductance *L* (H) de l'appareil	Ordre de grandeur
Électro-aimant industriel	~ 10^2
Transformateur	~ 10^1
Sonnette	~ 10^0
Démarreur voiture	~ 10^{-1}
Haut-parleur	~ 10^{-3}
Récepteur radio GO (grandes ondes)	~ 10^{-4}
Récepteur radio OC (ondes courtes)	~ 10^{-5}
Ligne câble TV	~ 10^{-7}

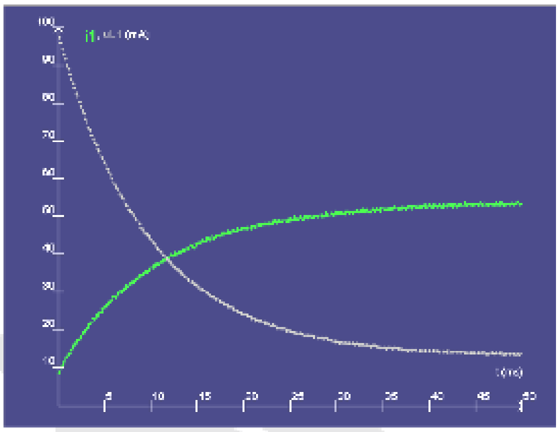
- On peut augmenter fortement l'inductance de n'importe quelle bobine en ajoutant un noyau de fer (doux) à l'intérieur de celle-ci. Mais attention, la relation tension intensité n'est alors plus valable

II Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

1) Etude expérimentale : établissement du courant dans un circuit comportant une bobine :



Doc n°1


Doc n°2

2) Etude théorique de la réponse en intensité :

a. Etablissement de l'équation différentielle :

- A t = 0, l'interrupteur K est mis en position 1. Lorsque t > 0 :
- $U_L + R \times i = E$ **(loi d'additivité des tensions** : loi des mailles)
- Or $u_L = L \times \dfrac{di}{dt}$ donc $L \times \dfrac{di}{dt} + R \times i = E$
- On obtient alors $\boxed{i + \dfrac{L}{R}\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{R}}$

b. Vérification que la solution donnée satisfait à l'équation différentielle :

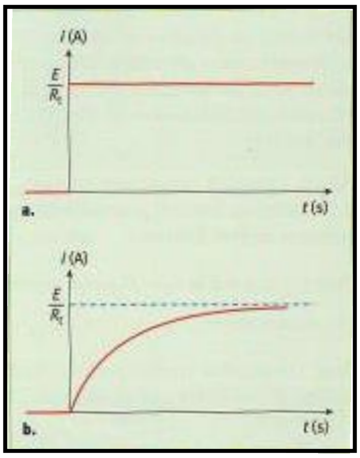
On veut vérifier que la solution $i = A + B \times \exp(-t/\tau)$ satisfait à l'équation ci-dessus. A, B et τ sont des constantes que nous allons déterminer.

- **On dérive** i : $\dfrac{di}{dt} = 0 - \dfrac{B}{\tau}\exp(-t/\tau)$
- **On remplace** dans l'équation différentielle :

  $A + B \times \exp(-t/\tau) - \dfrac{L}{R} \times \dfrac{B}{\tau}\exp(-t/\tau) = \dfrac{E}{R} \Leftrightarrow A + B(1 - \dfrac{L}{R \times \tau})\exp(-t/\tau) = \dfrac{E}{R}$
- **L'équation doit être satisfaite quelque soit la valeur de t**, ceci implique d'annuler le terme en exponentielle et pour cela nous devons donner la **valeur L/R à τ**..

  Ainsi la **valeur de A est E/R.**
- Il nous reste à déterminer B :

  A t = 0 aucun courant ne circule : $i(0) = 0 \Leftrightarrow A + B = 0$ d'où $B = -A = -E/R$



Doc n°3

$\Rightarrow$ **La solution de l'équation différentielle s'écrit : i =** $\frac{E}{R}$ **(1 – exp(-t/τ))**

c. Effet d'une bobine sur l'établissement du courant dans un circuit :

- Si le circuit ne comportait pas de bobine (doc a) :

Le courant s'établirait instantanément dans le circuit et son intensité passerait de la valeur i = 0 quand t<0 à la valeur i = E/R quand t>0.

- Avec un circuit ayant une bobine (doc b) :

La solution de l'équation différentielle nous donne une fonction croissante qui débute à 0 quand t = 0 et qui tend vers E/R lorsque t tend vers l'infini.

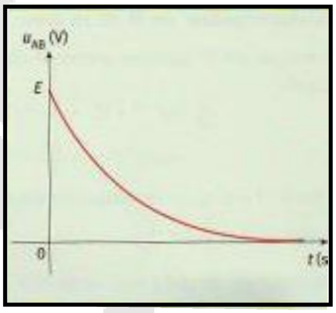
Une bobine s'oppose aux variations d'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve. **On dit que la bobine lisse le courant.**

Ainsi l'intensité du courant s'établissant dans un circuit comportant une bobine est une fonction continue du temps.

3) Réponse en tension aux bornes de la bobine :

On sait que $u_L = L\times\frac{di}{dt}$ d'où $u_L = L\times(-\frac{E}{R})\times-\frac{1}{\tau}\times\exp(-t/\tau) = E\times\exp(-t/\tau)$

La tension aux bornes de la bobine décroît exponentiellement de la valeur E à 0 (si r = 0).



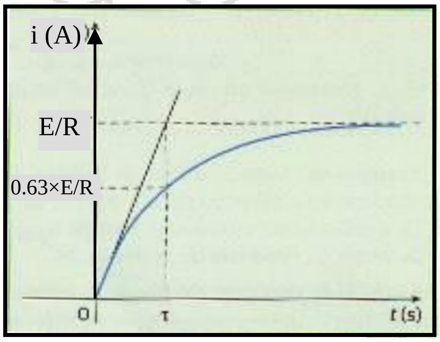
Doc n°4

4) Propriétés de la constante de temps :

a. Vérification de la dimension de τ par analyse dimensionnelle :

On a τ = L/R

- D'après l'expression de la tension aux bornes d'une bobine : $u_L = L\times\frac{di}{dt}$ donc L = $U\times T\times I^{-1}$
- D'après la loi d'ohm pour un récepteur : u = R×i d'où R = u/i et [R] = $U\times I^{-1}$
- Finalement : $\tau = \frac{U\times T\times I^{-1}}{U\times I^{-1}}$ = T ; on a bien a la dimension d'une temps pour cette constante τ



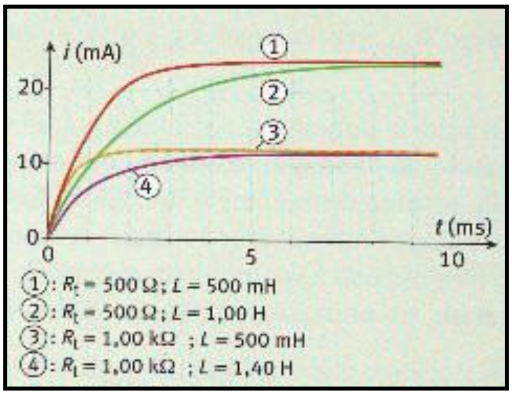
Doc n°5

b. Détermination de la constante de temps :

Les méthodes sont les mêmes que pour déterminer la constante de temps lors de la charge ou la décharge d'un condensateur :

- Numériquement, par le calcul à l'aide des paramètres R et L.
- Graphiquement, en regardant à quelle abscisse correspond l'ordonnée 0.63×E/R sur la courbe.
- Graphiquement en traçant la tangente en t = 0 qui coupe l'asymptote i = E/R à l'abscisse τ.

c. Influence de la constante temps sur l'évolution du système :



Doc n°6

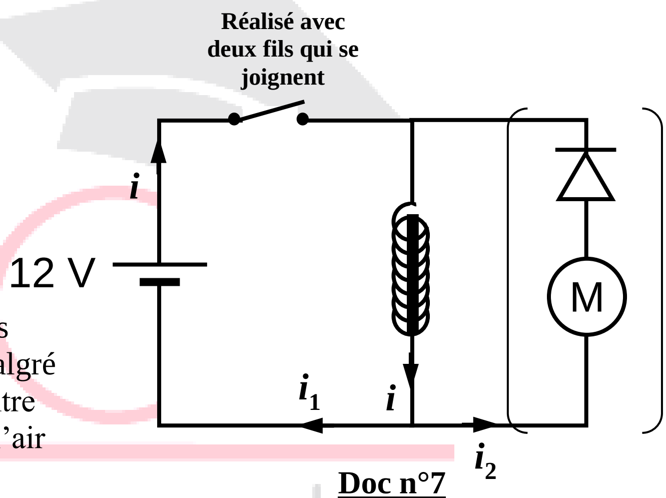
- **Plus la valeur de la constante de temps est grande est plus l'établissement du courant dans le circuit se fait lentement.**
- On sait que lorsque **t = 5τ**, le **courant est établit à 99%**.

III Energie emmagasinée dans une bobine :

1) Mise en évidence expérimentale :

a. Manipulation :

On ferme l'interrupteur K quelques instants, puis on l'ouvre.



Doc n°7

Observations :

- Le courant circule selon i à la fermeture et à l'ouverture de K.
- Sans la diode, on observe une étincelle entre les deux films qui constitue l'interrupteur (le courant cherche à passer malgré le trou entre les deux points de l'interrupteur, la tension entre ces deux points est suffisamment importante pour ioniser l'air donc étincelle).
- Sans la diode le courant prend le chemin i_1 : étincelle.
- Sinon il prend le chemin i_2 : pas d'étincelle et le moteur tourne brièvement.

b. Conclusion :

- Lorsque l'on ferme l'interrupteur, la diode étant non passante, du courant circule dans la bobine et celle-ci emmagasine de l'énergie.
- A l'ouverture de K, l'énergie est restituée par l'intermédiaire d'un courant i qui cette fois-ci passe dans le circuit du moteur (diode passante).

2) Expression :

Une bobine d'inductance L parcourue par un courant i emmagasine l'énergie :

$$\boxed{E_L = \frac{1}{2} \times L \times i^2}$$

- E_L : Energie emmagasinée en Joules (J)
- L : Inductance de la bobine en Henrys (H)
- i : Intensité du courant circulant dans le circuit en Ampères (A)

Rq : continuité de l'intensité traversant une bobine :
Comme le transfert d'énergie ne peut se faire instantanément entre la bobine et le moteur, et que i est liée à cette énergie, la fonction i(t) ne peut pas être discontinue.