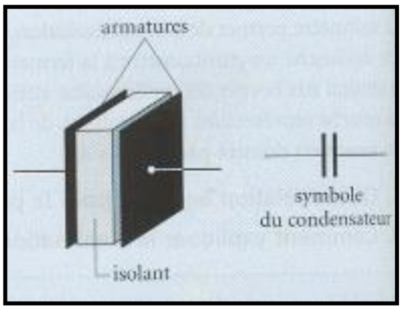
DIPOLE RC

I Les condensateurs :

1) Description du composant :

Un condensateur est composé de **deux conducteurs métalliques**, appelés **armatures**, séparés par un **matériau isolant** appelé diélectrique. Son symbole est indiqué ci-contre :

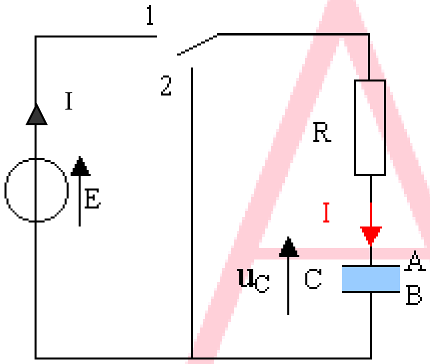


Doc n°2

2) Charges portées par les armatures :

a. L'intensité du courant : une grandeur algébrique :

Comme l'est le travail d'une force, **l'intensité du courant électrique est une grandeur qui peut être positive ou négative** :



Il s'agit encore d'une histoire de convention :

- On choisit **un sens positif** pour le courant : ici il s'agit de celui indiqué sur le schéma (**la flèche de I dans le même sens que la flèche de E**).
- Si le courant circule **comme sur le schéma,** son intensité est comptée **positive**, sinon elle est comptée **négative**.

Rq : nous avons bien respecté dans ce circuit les conventions générateur et récepteur.

b. Deux armatures de charges opposées :

- Si l'interrupteur est mis sur la **position 1**, alors l'intensité du courant est **positive** et les électrons (qui circulent en **sens inverse** du courant) circulent de l'armature **A**, qui se charge **positivement**, à l'armature **B** qui nécessairement (à cause des forces électrostatiques), se charge **négativement** (la charge globale du condensateur est nulle).

  On a donc : $\boxed{q_A = -q_B}$ **(on dit généralement que A porte q et B, -q)**

  On dit que le condensateur se **charge**.

- Si l'interrupteur est basculé en **position 2**, alors le condensateur se **décharge** : l'intensité du courant est **négative**, les charges sur les armatures diminuent (en valeur absolue).

c. Relation entre la charge et l'intensité du courant :

L'intensité du courant électrique est un **débit de charges électriques** : plus le nombre de charges qui traversent une section de conducteur pendant un certain temps est grand, plus l'intensité du courant est grande.

Cette quantité de charge est égale à la variation dq de la charge portée par l'armature A pendant un certain temps dt. On a donc :

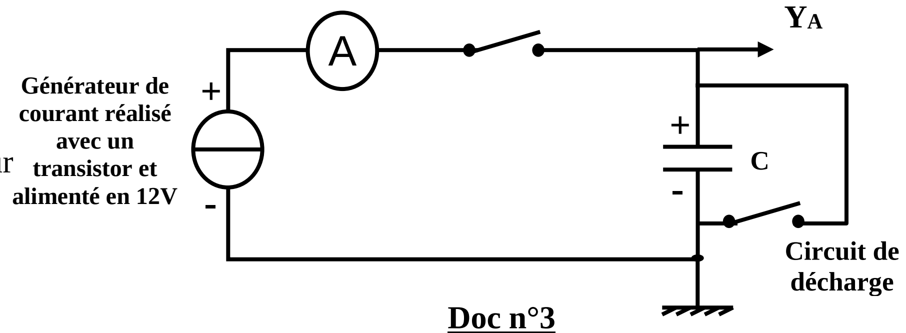
$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}} \text{ (charge : dq>0 et i>0)} \left\{ \begin{array}{l} \text{i : intensité du courant en Ampères (A)} \\ \text{q : charge de l'armature en Coulombs (C)} \\ \text{t : temps en secondes (s)} \end{array} \right.$$

i = coefficient directeur de la droite q = f(t)

II Capacité d'un condensateur : Charge d'un condensateur à courant constant :

a. Expérience :

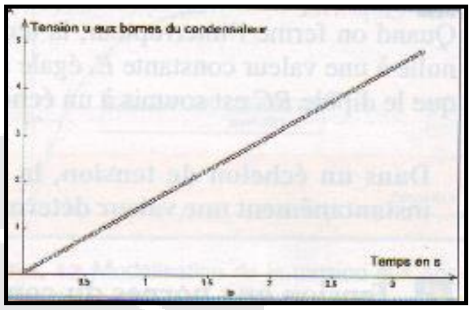
On réalise le montage ci-contre et on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps :



Doc n°3

b. Observations :

La tension aux bornes du condensateur augmente régulièrement au cours du temps, le graphique représentant u = f(t) est une droite passant par l'origine.



Doc n°4

c. Conclusion :

- On a donc u = k×t avec k une constante positive d'après la droite obtenue.
- On sait aussi que $i = \frac{q}{t}$ puisque le générateur idéal de courant débite une intensité constante.

$\Rightarrow$ On obtient alors : $t = \frac{u}{k} = \frac{q}{i}$ et $\frac{q}{u} = \frac{i}{k} = cte$

Calcul expérimental de C :
C = i/k

$\Rightarrow$ **Il y a donc proportionnalité entre la charge et la tension aux bornes d'un condensateur :**

on note $\boxed{q = C\times u}$
- **C : Capacité du condensateur en Farads (F)**
- **q : charge de l'armature positive en Coulombs (C)**
- **u : tension aux bornes du condensateur en Volts (V)**

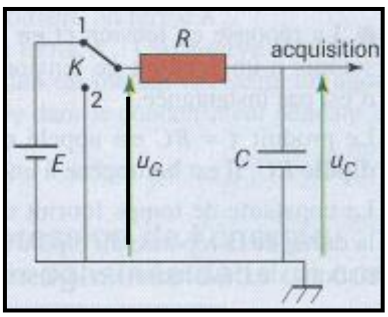
d. Remarque :

La capacité des condensateurs usuels s'exprime généralement en un sous-multiple du Farad, le millifarad (10^{-3} F) pour les plus gros jusqu'au picofarad pour les plus petits (10^{-12} F).

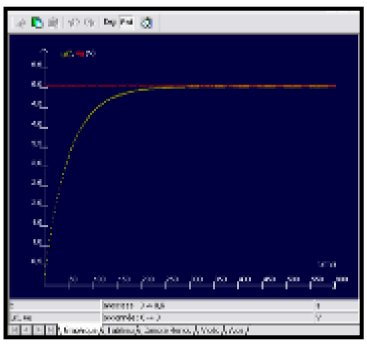
III Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension :

Le dipôle RC est l'association en série d'un condensateur et d'une résistance.

1) Etude expérimentale : réponse en tension aux bornes du condensateur :



Doc n°5



Doc n°6

On rappelle qu'un échelon de tension est crée par un générateur dont la **tension initiale est de 0V et qui prend instantanément une valeur constante** qu'il garde indéfiniment.

2) Etude théorique de cette réponse en tension :

a. Etablissement de l'équation différentielle :

- A t = 0, l'interrupteur K est mis en position 1. Lorsque t > 0 :
- $u_C + R\times i = E$ **(loi d'additivité des tensions** : loi des mailles)
- Or $q = C\times u_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ donc $i = C\times\frac{du_C}{dt}$ (car **C est une constante**)
- On obtient alors

$$\boxed{u_C + RC\times\frac{du_C}{dt} = E}$$

b. Vérification de la validité de la solution proposée :

On veut vérifier que la solution $u_C = A + B\times\exp(-t/\tau)$ satisfait à l'équation ci-dessus. A, B et τ sont des constantes que nous allons déterminer.

- **On dérive** u_C : $\frac{du_C}{dt} = 0 - \frac{B}{\tau}\exp(-t/\tau)$
- **On remplace** dans l'équation différentielle :

  $A + B\times\exp(-t/\tau) - RC\times\frac{B}{\tau}\exp(-t/\tau) = E \Leftrightarrow A + B(1 - \frac{RC}{\tau})\exp(-t/\tau) = E$
- **L'équation doit être satisfaite quelque soit la valeur de t**, ceci implique d'annuler le terme en exponentielle et pour cela nous devons donner la **valeur RC à τ**.
  Ainsi la **valeur de A est E**.
- On doit enfin déterminer B :
  A t = 0 la charge est nulle donc la tension est nulle : $u_C(0) = 0 = A + B$ d'où **B = -A = -E**

  ⇒ **La solution de l'équation différentielle s'écrit : $u_C = E(1 - \exp(-t/\tau))$**

c. Remarque :

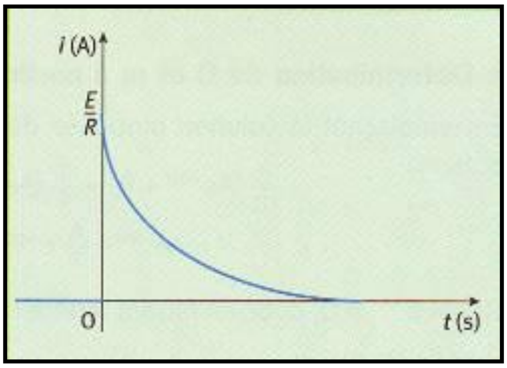
La charge ou la décharge d'un condensateur (transfert d'énergie, voir plus loin) ne peut avoir lieu instantanément, **la tension aux bornes du condensateur ne subit donc pas de discontinuité**.

3) Réponse en courant :

Nous avons vu que $i = C\times\frac{du_C}{dt}$ lorsque nous avons établi l'équation différentielle pour la réponse en tension.

Pour avoir la réponse en courant, il suffit de dériver uC(t) :

$$i(t) = C\times(\frac{E}{\tau}\exp(-t/\tau)) = \frac{E}{R}\exp(-t/\tau)$$



Doc n°7

- L'intensité du courant dans le circuit est une **fonction exponentiellement décroissante**. La valeur initiale étant E/R, l'intensité décroît de façon asymptotique vers 0
- Contrairement à la courbe $u_C(t)$, **i(t) subit une discontinuité à t = 0** correspondant à la fermeture du circuit.

4) Propriétés de la constante de temps :

a. Vérification de la dimension de τ par analyse dimensionnelle :

On a $\tau = RC$:

- D'après la loi d'ohm pour un récepteur : $u = R \times i$ d'où $R = u/i$ et $[R] = U \times I^{-1}$
- D'après $i = \dfrac{dq}{dt}$, $dq = i \times dt$ d'où $[q] = I \times T$
- D'après $q = C \times u$, $C = q/u$ et $[C] = I \times T \times U^{-1}$

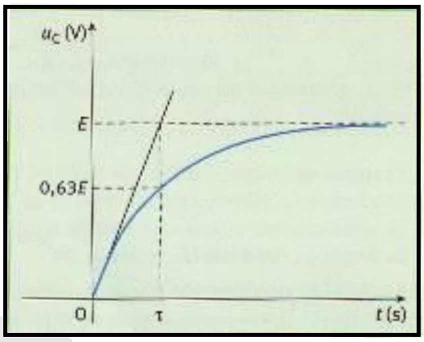
On a donc $[RC] = [R] \times [C] = \cancel{U} \times \cancel{I^{-1}} \times \cancel{I} \times T \times \cancel{U^{-1}} = T$

b. Détermination de la constante de temps :

- **Numériquement** : on peut, connaissant les paramètres R et C, calculer le produit R×C.
- **Graphiquement** lorsque l'on dispose de l'oscillogramme donnant la **forme de $u_C(t)$** :

✓ On **calcule $u_C(\tau)$** $= E(1 - \exp(-1)) = 0.63E$ et **on regarde à quelle abscisse** correspond cette ordonnée.

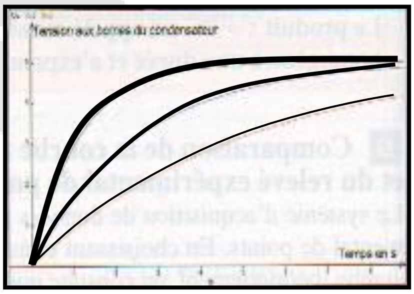
✓ Ou bien on **trace la tangente à la courbe $u_C(t)$** à $t = 0$ et on regarde **l'abscisse du point d'intersection** entre cette tangente et l'asymptote $u_C(t) = E$.



Doc n°8

c. Influence de la constante temps sur l'évolution du système :

- **Plus la valeur de la constante de temps est grande est plus le condensateur mettrant du temps à se charger ou se décharger**.
- On sait que lorsque **$t = 5\tau$**, le **condensateur est chargé ou déchargé à 99%**.



Doc n°9

5) Remarque :

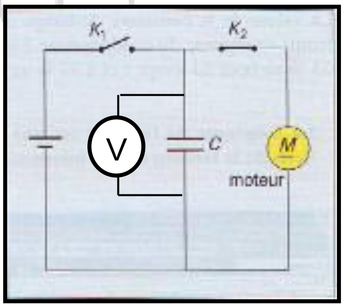
Il convient de remarquer que, lors de l'étude de ce circuit **"RC-série", on s'intéresse au passage d'un courant dans un circuit ouvert !** Il faut être clair sur le fait qu'il s'agit bien du **régime transitoire** ayant sa caractéristique temporelle (constante de temps) et **qu'en régime continu permanent, le courant est en effet nul**.

IV Energie emmagasinée dans un condensateur :

1) Mise en évidence expérimentale :

a. Manipulation :

Lorsque K_1 est fermé est K_2 ouvert, on charge le condensateur (on peut ajouter un voltmètre pour vérifier). On ouvre ensuite K_1 puis on ferme K_2.



Doc n°10

b. Observations :

Le moteur tourne

c. Conclusion :

C'est l'énergie emmagasinée dans le condensateur qui a été fournie au moteur et a permis de le faire fonctionner.

2) Expression :

Un condensateur de capacité C, et chargé sous une tension u_C, emmagasine l'énergie :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} \times C \times u_C^{\,2}} \quad \begin{cases} E_C : \text{Energie emmagasinée en Joules (J)} \\ C : \text{Capacité du condensateur en Farad (F)} \\ u_C : \text{tension aux bornes du condensateur en Volts (V)} \end{cases}$$

Rq : continuité de la tension aux bornes du condensateur :

Comme le transfert d'énergie ne peut se faire instantanément entre le condensateur et le moteur, et que u_C est liée à cette énergie, la fonction $u_C(t)$ ne peut pas être discontinue