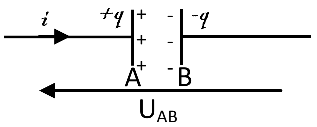
## I - CONDENSATEUR

***Définition :*** Un condensateur est l'ensemble de deux conducteurs séparés par un isolant .

- un condensateur doit être utilisé en courant variable ou en régime transitoire (au cours de charge ou décharge ) .
- un condensateur est chargé lorsque la tension entre ses armatures est non nulle.

Quand l'une des armature porte une charge positive (+q) l'autre porte une charge négative (-q) , q est appelée la charge du condensateur.




La charge q d'un condensateur est donnée par la relation : $\boxed{Q = CU}$

**C** : est la capacité du condensateur c'est une grandeur positive exprimé en farad (F).
**U** : est la tension à ses bornes, exprimées en volt (V).
La capacité C d'un condensateur est donnée par :

$$C = \varepsilon\frac{s}{e}$$

ε : permittivité du diélectrique.
S : surface des plaques.
e : épaisseur du diélectrique.

- l'intensité du courant est une grandeur algébrique.
- l'intensité d'un courant peut être définie comme le débit de charge tel que $i = \frac{q}{t}$
- Dans le cas d'un courant variable :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dqA}{dt} = -\frac{dqB}{dt}$$

on a : q = CU donc $U = \frac{q}{c}$

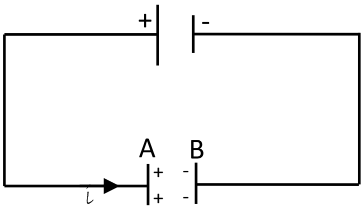
donc $i = \frac{dCU}{dt} = C\frac{dU}{dt}$

- un condensateur de capacité C de tension $U_C$ emmagasine une énergie $E_C$ :

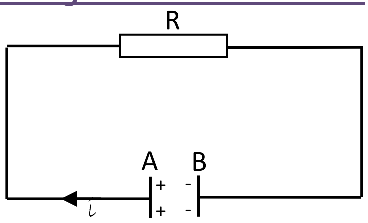
$$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{C^2U^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}UQ$$

Rq : le condensateur est un composant électrique capable de stoker des charges électriques.

**Charge de condensateur :**




**décharge de condensateur :**

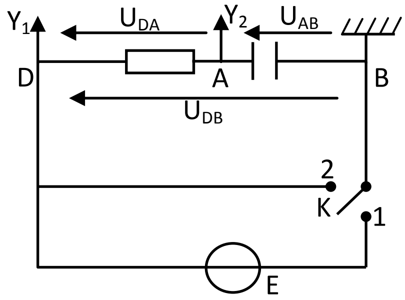


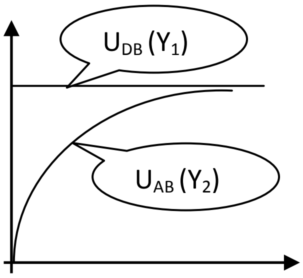

- Tension de Claquage :

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur. (il est détérioré).

## II - LE DIPÔLE RC

### 1- Réponse d'un dipôle RC (charge de condensateur)



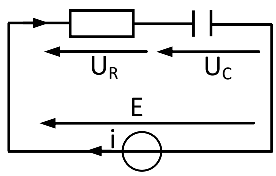




- commutateur K dans la position ① le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC donc $U_{DB}$ = E la tension $U_{AB}$ aux bornes du condensateur croit progressivement jusqu'à devenir égale à E.

Comme q = $CU_{AB}$ la charge du condensateur évolue de manière similaire à $U_{AB}$.

⇨ La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension et la charge du condensateur n'étant pas instantanée Celle-ci constitue un phénomène Transitoire .

**Etude théorique :**




Loi de maille
$U_C + U_R - E = 0$
Donc $U_C + RI = E$
Or $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dUc}{dt}$

➔ $U_C + RC\frac{dUc}{dt} = E$

➔ $\frac{RC}{RC}\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{1}{RC}E$

**Donc 1** $\boxed{\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{1}{\tau}E}$ **avec** $\tau = RC$

**Equation différentielle en $U_C$**

On a $U = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$ ➔ $q = \int i\, dt$

Donc $\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{1}{\tau}E$ ➔ $\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = \frac{E}{RC}$

Donc $C(\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = \frac{E}{RC})$ ➔ $\boxed{\frac{d}{dt}q + \frac{1}{\tau}q = \frac{E}{R}}$

**Equation différentielle en q**

Au : $\boxed{i + \frac{1}{\tau}\int i\, dt = \frac{E}{R}}$ **Equation différentielle en $i$**

✦ On $U_R + U_C = E$ donc $Ri + \frac{q}{C} = E$

Si on dérive par rapport au temps on obtien :

$R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$ d'où $\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$

Donc $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$ **Equation différentielle en $i$**

✦ R x ($\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i$ ) = 0 alors $\frac{dRi}{dt} + \frac{1}{\tau}Ri$ ) = 0

Alors $\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{\tau}U_R = 0$ **Equation différentielle en $U_R$**

• Expression de $U_C(t)$ :
La solution de l'équation différentielle est de la forme : $U_C(t) = B + Ae^{-\alpha t}$
à t = 0 on a $e^{-\alpha 0} = 1$ donc $U_C = B + A = 0$ d'où <u>A = -B</u>
donc $U_C(t) = -A + Ae^{-\alpha t} = A(-1 + e^{-\alpha t})$
donc $\frac{dU_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$
donc on a dont 1 : $-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau}(e^{-\alpha t} - 1) = \frac{E}{\tau}$
multiplier par $\tau$ ➔ $-\alpha\tau Ae^{-\alpha t} + A(e^{-\alpha t} - 1) = E$
➔ $-A + (1 - \alpha\tau)Ae^{-\alpha t} = E$
Par identification on a : $-A = E$ et $(1 - \alpha\tau) = 0$
Donc $\boxed{A = -E}$ et $\boxed{\alpha = \frac{1}{\tau}}$

$$\boxed{\text{Donc } U_C(t) = -E\,(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1) = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

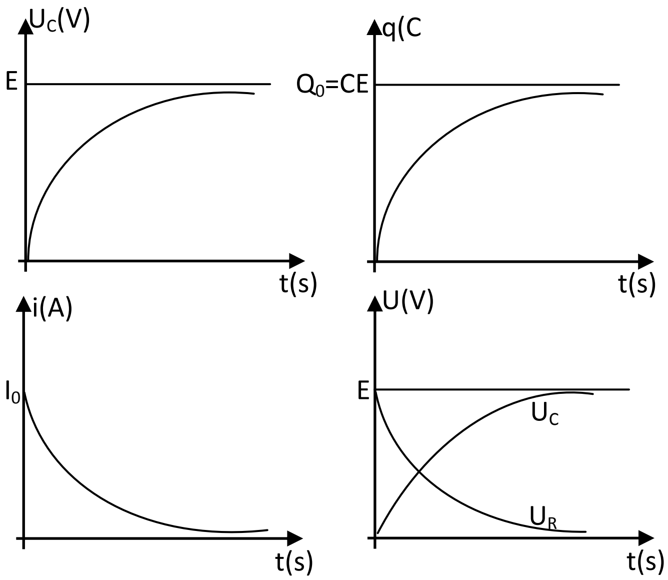
• Expression de q(t) :
On à $q = Cu$ avec $Q_0 = CE$

$$\boxed{\text{Donc } q(t) = C\,U_C(t) = C\,E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = Q_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

• Expression de i(t) :
On à $i = \frac{dq}{dt}$ ➔ $i(t) = \frac{d}{dt}Q_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{1}{\tau}Q_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{\text{donc } i(t) = \frac{Q0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

au cours de charge




## 2- décharge d'un condensateur :

• K dans la position ② la tension au borne du condensateur est U = E par la suite $U_C$ décroit jusqu'à s'annuler et comme $q = CU_C$ , q évolue comme $U_C$ .
• Dans un dipôle RC , un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

Etude théorique :

$U_C + U_R = 0$ ➔ $U_C + Ri = 0$ $(i = \frac{dq}{dt})$ **et q = CU**

Donc $U_C + R\frac{dq}{dt} = 0$ ➔ $U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0$

$\boxed{\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = 0}$ : équation différentielle en $U_C$ sans seconde membre.

On a $U = \frac{q}{C}$ d'au $\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = 0$

Donc $\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = 0$ ➔ $\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0 \text{ : eq diff en } q}$

$\boxed{\text{Donc } i + \frac{1}{\tau}\int i\,dt = 0 \quad \text{eq diff en } i}$

• Expression de $U_C(t)$ :
L'équation différentielle admet comme solution :
$U_C(t) = Ae^{-\alpha t}$ à t = 0 on à $U_C = E = A$
Donc en remplace dans l'équation différentielle :
$-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau}Ae^{-\alpha t} = 0$
➔ $Ae^{-\alpha t}(-\alpha + \frac{1}{\tau}) = 0$ donc $(-\alpha + \frac{1}{\tau}) = 0$
Donc $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\boxed{\text{Donc } U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$

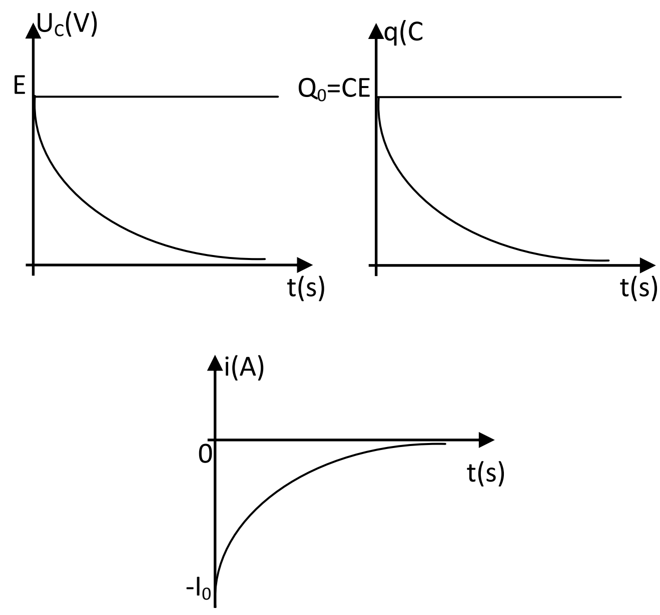
• Expression de q(t) :

$$\boxed{\text{On à } q(t) = C\,U_C(t) = CEe^{-\frac{t}{\tau}} = Q_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

• Expression de i(t) :
On à $i = \frac{dq}{dt}$ ➔ $i(t) = -\frac{1}{\tau}Q_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{i(t) = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

**au cours de la décharge**




• Influence des grandeurs caractéristique de dipôle RC
$\tau$ = RC : constante de temps
***Définition :***
✱La constante de temps $\tau$ est une grandeur caractéristique de dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension $U_C$ = E entre

les armatures du condensateur, la charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps $\tau$ est plus petit.

✱La constante de temps $\tau$ est une grandeur caractéristique de dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit le régime permanant .

• détermination de la constante de temps $\tau$ :

◊ Par calcule direct $\tau$ = RC
(s) (Ω)(C)

◊ 1ere méthode Détermination graphique :

On trace la tangente à la courbe

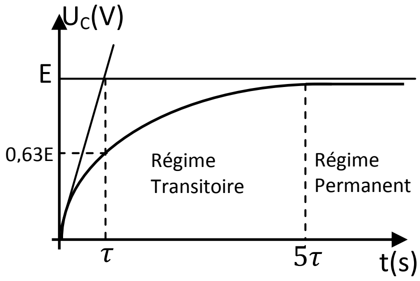
L'équation de la tangente : $U_C$ = at ➔ a = $\frac{dUc}{dt})_{t=0}$ or $\frac{dUc}{dt})_{t=0} = \frac{E}{\tau}$ = a

Donc $U_C = \frac{E}{\tau}t$ pour t = $\tau$ on a $U_C$ = E ce l'intersection de la tangente avec la droite $U_C$ = E donne t = $\tau$

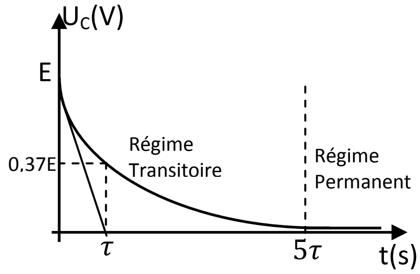
◊ 2eme méthode :

-Au cours de la charge de condensateur $U_C$= E (1 - $e^{-\frac{t}{\tau}}$ )
Pour t = $\tau$ on à $U_C(\tau)$ = E (1 - $e^{-1}$ ) = 0,63E
-Au cours de la décharge condensateur on à
$U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ pour t = $\tau$ on à $U_C(\tau) = Ee^{-1}$ = 0,37E

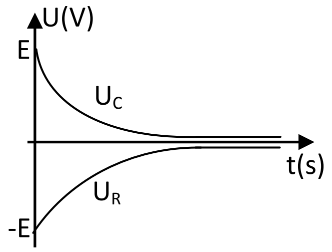
## Charge de condensateur




## Décharge de condensateur




• au cours de la décharge de condensateur




• temps de la charge de condensateur :
Un condensateur est chargée ssi la différence entre Uc et E ne dépasse pas 1% .

Donc $\frac{E-Uc}{E} \leq 1\%$

Donc E – Uc ≤ 0,01E or Uc = E ( 1 - $e^{-\frac{t}{\tau}}$ )

Donc $t_c$ = ? E - E ( 1 - $e^{-\frac{t}{\tau}}$ ) ≤ 0,01E

Donc E – E + $Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ = 0,01E

Donc $Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ = 0,01E ➔ $e^{-\frac{t}{\tau}}$ = 0,01

Ln $e^{-\frac{t}{\tau}}$ = Ln 0,01 ➔ $-\frac{t_c}{\tau}$ = Ln $10^{-2}$

$-\frac{t_c}{\tau}$ = -2 Ln10 donc $\frac{t_c}{\tau}$ = 2 Ln10

Donc $\frac{t_c}{\tau}$ = 4,6 donc **$t_c \cong 5\tau$**

Temps pour la charge complète de condensateur

## Etude dimensionnellement de $\tau$ :

**- 1ère méthode :**

Donc $\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{1}{\tau}E$ alors $\tau\frac{dUc}{dt} + U_C = E$ ( V )

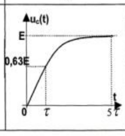
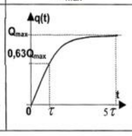
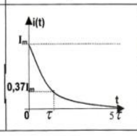
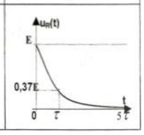
Alors $\tau = \frac{E-U_C}{\frac{dUc}{dt}}$ en dimension $\tau = \frac{E-U_C}{\frac{dUc}{dt}}$ = ( S )
( V .$S^{-1}$ )

**- 2ème méthode :**

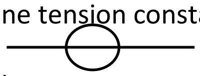
$[\tau]$ = [R][C] avec [R] = $\frac{[U]}{[i]} = \frac{[U]}{[q]}$[t] et [C] = $\frac{[q]}{[U]}$

D'où $[\tau] = \frac{[U][t][q]}{[q][U]}$ = [t] alors $[\tau]$ = s

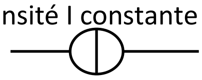
## Conclusion :

| | $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ | $q(t)=E.C(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ | $i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$ | $u_R(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ |
|---|---|---|---|---|
| A t=0 | 0 | 0 | $I_{max}=\frac{E}{R}$ | E |
| A t=$\tau$ | 0,63.E | 0,63.$Q_{max}$=0,63.EC | 0,37. $I_{max}$ =0,37. $\frac{E}{R}$ | 0,37$U_{Rmax}$ =0,37.E |
| A t=5$\tau$ | E | $Q_{max}$ | 0 | 0 |
| Représentation Graphique. |  |  |  |  |

## Remarque :

☆Pour un générateur de tension (idéal) de force électromotrice E et de résistance interne r = 0 qui délivre au cours de temps une tension constante Égale E et symbolisé par : 

A la fin de la charge du condensateur on a :
$U_c$ = E ; i = 0 et q = $Q_m$

☆Pour un générateur du courant délivrant un courant électrique d'intensité I constante au cours du temps symbolisé par : 

$I = \frac{q}{t}$

*Remarque :

Soit $t_1$, date à laquelle $u_c=u_R=\frac{E}{2}$ (le condensateur est chargé à 50 % de sa charge maximale) alors

E.(1-$e^{-\frac{t_1}{\tau}}$)= $\frac{E}{2}$ donc $e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{1}{2}$ d'ou $t_1 = \tau$ .1n2 = 0,69 $\tau$ .