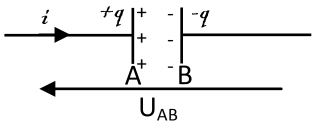
I - CONDENSATEUR

Définition : Un condensateur est l'ensemble de deux conducteurs séparés par un isolant

- un condensateur doit être utilisé en courant variable ou en régime transitoire (au cours de charge ou décharge) .
- un condensateur est chargé lorsque la tension entre ses armatures est non nulle.

Quand l'une des armature porte une charge positive (+q) l'autre porte une charge négative (-q) , q est appelée la charge du condensateur.



La charge q d'un condensateur est donnée par la relation : $\boxed{Q = CU}$

C : est la capacité du condensateur c'est une grandeur positive exprimé en farad (F).
U : est la tension à ses bornes, exprimées en volt (V).
La capacité C d'un condensateur est donnée par :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}$$

ε : permittivité du diélectrique.
S : surface des plaques.
e : épaisseur du diélectrique.

- l'intensité du courant est une grandeur algébrique.
- l'intensité d'un courant peut être définie comme le débit de charge tel que $\boldsymbol{i = \frac{q}{t}}$
- Dans le cas d'un courant variable :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dqA}{dt} = -\frac{dqB}{dt}$$

on a : q = CU donc $U = \frac{q}{c}$

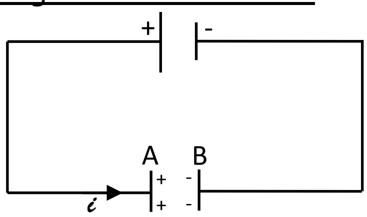
donc $i = \frac{dCU}{dt} = C\frac{dU}{dt}$

- un condensateur de capacité C de tension U_C emmagasine une énergie E_C :

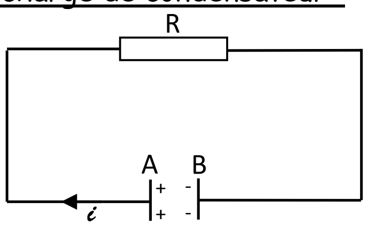
$$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{C^2U^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}UQ$$

Rq : le condensateur est un composant électrique capable de stoker des charges électriques.

<u>Charge de condensateur :</u>



<u>décharge de condensateur :</u>

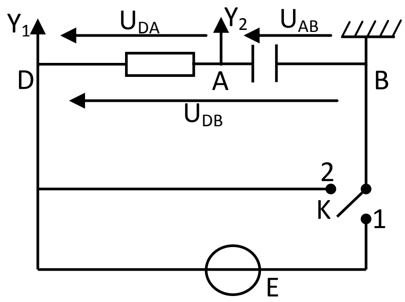


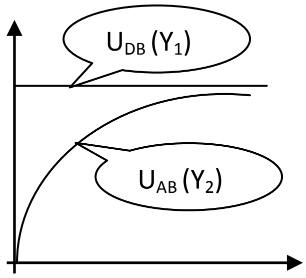
- Tension de Claquage :

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur. (il est détérioré).

II - LE DIPÔLE RC

1- Réponse d'un dipôle RC (charge de condensateur)



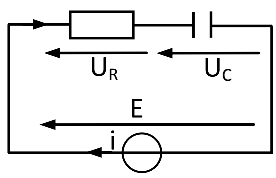


- commutateur K dans la position ① le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC donc U_{DB} = E la tension U_{AB} aux bornes du condensateur croit progressivement jusqu'à devenir égale à E.

Comme q = CU_{AB} la charge du condensateur évolue de manière similaire à U_{AB}.

⇨ La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension et la charge du condensateur n'étant pas instantanée Celle-ci constitue un phénomène Transitoire .

Etude théorique :



Loi de maille
$U_C + U_R = E$
Donc $U_C + RI = E$
Or $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dUc}{dt}$

➔ $U_C + RC\frac{dUc}{dt} = E$

➔ $\frac{RC}{RC}\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{1}{RC}E$

Donc ① $\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{1}{\tau}E$ **avec** $\tau = \frac{1}{RC}$

Equation différentielle en U_C

On a $U = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$ ➔ $q = \int i\, dt$

Donc $\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = \frac{1}{\tau}E$ ➔ $\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = \frac{E}{RC}$

Donc $C(\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = \frac{E}{RC})$ ➔ $\frac{d}{dt}q + \frac{1}{\tau}q = \frac{E}{R}$

Equation différentielle en q

Au : $i + \frac{1}{\tau}\int i\, dt = \frac{E}{R}$ Equation différentielle en i

- Expression de $U_C(t)$:

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $U_C(t) = B + Ae^{-\alpha t}$
à t = 0 on a $e^{-\alpha 0} = 1$ donc $U_C = B + A = 0$ d'où <u>A = -B</u>
donc $U_C(t) = -A + Ae^{-\alpha t} = A(-1 + e^{-\alpha t})$
donc $\frac{dUc}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$

donc on a dont ① : $-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau}(e^{-\alpha t} - 1) = \frac{E}{\tau}$

multiplier par τ → $-\alpha\tau A e^{-\alpha t} + A(e^{-\alpha t} - 1) = E$

→ $-A + (1-\alpha\tau)Ae^{-\alpha t} = E$

Par identification on a : $-A = E$ et $(1-\alpha\tau) = 0$

Donc $A = -E$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\boxed{\text{Donc } U_C(t) = -E\,(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1) = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

• Expression de q(t) :

On à $q = CU$ avec $Q_0 = CE$

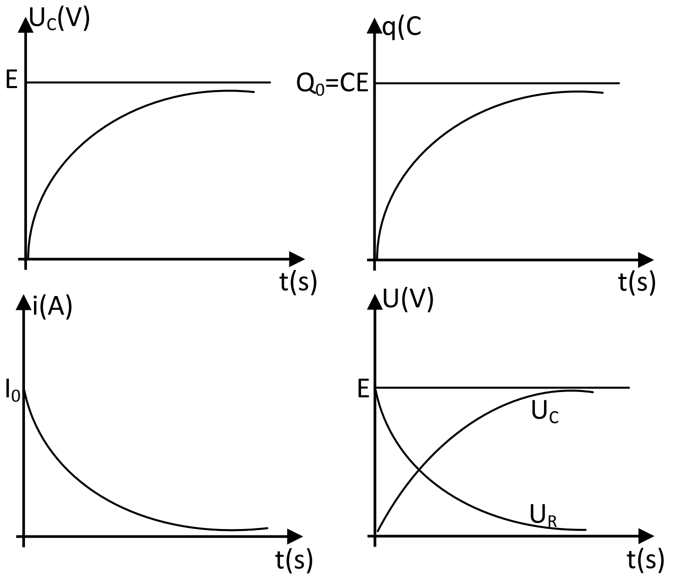
$$\boxed{\text{Donc } q(t) = C\,U_C(t) = C\,E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = Q_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

• Expression de i(t) :

On à $i = \frac{dq}{dt}$ → $i(t) = \frac{d}{dt} Q_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{1}{\tau} Q_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{\text{donc } i(t) = \frac{Q0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{CE}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

au cours de charge



2- décharge d'un condensateur :

• K dans la position ② la tension au borne du condensateur est U = E par la suite U_C décroit jusqu'à s'annuler et comme $q = CU_C$, q évolue comme U_C .

• Dans un dipôle RC , un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

Etude théorique :

$U_C + U_R = 0$ → $U_C + Ri = 0$ $\left(i = \frac{dq}{dt}\right)$ **et q = CU**

Donc $U_C + R\frac{dq}{dt} = 0$ → $U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0$

$\boxed{\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C = 0}$: équation différentielle en U_C sans seconde membre.

On a $U = \frac{q}{C}$ d'au $\frac{d}{dt}\frac{q}{C} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = 0$

Donc $\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}\frac{q}{C} = 0$ → $\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0}$: eq diff en q

Donc $i + \frac{1}{\tau}\int i\,dt = 0$ eq diff en i

• Expression de $U_C(t)$:

L'équation différentielle admet comme solution :

$U_C(t) = Ae^{-\alpha t}$ à t = 0 on à $U_C = E = A$

Donc en remplace dans l'équation différentielle :

$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau}Ae^{-\alpha t} = 0$

→ $Ae^{-\alpha t}(-\alpha + \frac{1}{\tau}) = 0$ donc $(-\alpha + \frac{1}{\tau}) = 0$

Donc $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\boxed{\text{Donc } U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$

• Expression de q(t) :

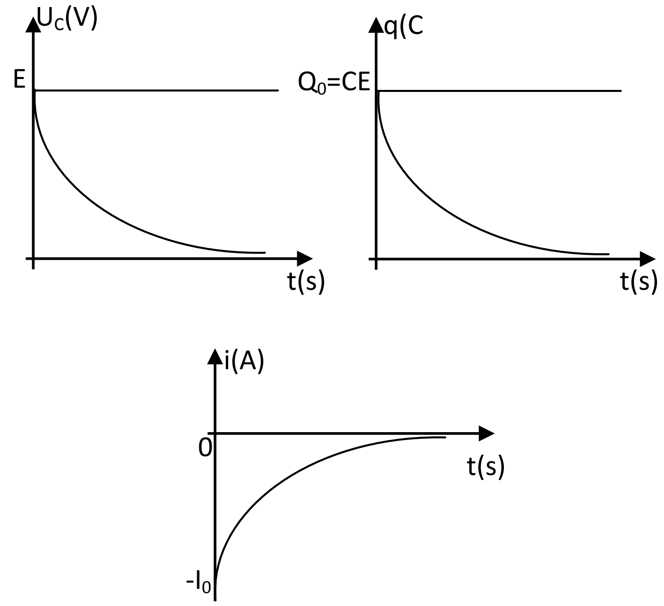
$$\boxed{\text{On à } q(t) = C\,U_C(t) = CEe^{-\frac{t}{\tau}} = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

• Expression de i(t) :

On à $i = \frac{dq}{dt}$ → $i(t) = -\frac{1}{\tau} Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{i(t) = \frac{CE}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

au cours de la décharge



• Influence des grandeurs caractéristique de dipôle RC

$\tau = RC$: constante de temps

Définition :

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique de dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension $U_C = E$ entre les armatures du condensateur, la charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps τ est plus petit.

• détermination de la constante de temps τ :

◊ Par calcule direct $\tau = RC$

(s) (Ω)(C)

◊ 1ere méthode Détermination graphique :

On trace la tangente à la courbe

L'équation de la tangente : $U_C = at$ → $a = \left(\frac{dU_C}{dt}\right)_{t=0}$ or $\left(\frac{dU_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} = a$

Donc $U_C = \frac{E}{\tau}t$ pour $t = \tau$ on a $U_C = E$ ce l'intersection de la tangente avec la droite $U_C = E$ donne $t = \tau$

◊ 2eme méthode :

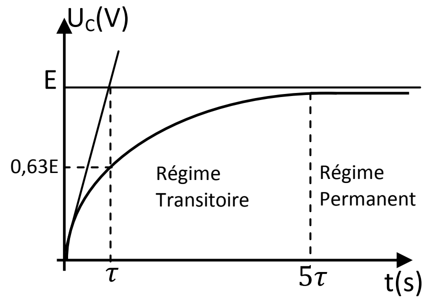
-Au cours de la charge de condensateur $U_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Pour $t = \tau$ on à $U_C(\tau) = E\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63E$

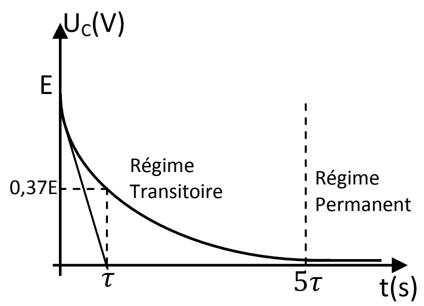
-Au cours de la décharge condensateur on à

$U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ pour $t = \tau$ on à $U_C(\tau) = Ee^{-1} = 0{,}37E$

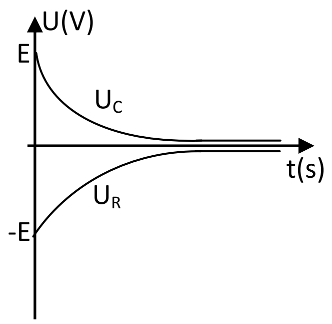
Charge de condensateur



Décharge de condensateur



• au cours de la décharge de condensateur



• temps de la charge de condensateur :

Un condensateur est chargée ssi la différence entre Uc et E ne dépasse pas 1% .

Donc $\frac{E - Uc}{E} \leq 1\%$

Donc $E - Uc \leq 0{,}01E$ or $Uc = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Donc $t_{ch} = ?$ $E - E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \leq 0{,}01E$

Donc $E - E + Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}01E$

Donc $Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}01E$ ➔ $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}01$

$\ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln 0{,}01$ ➔ $-\frac{tc}{\tau} = \ln 10^{-2}$

$-\frac{tc}{\tau} = -2\ln 10$ donc $\frac{tc}{\tau} = 2\ln 10$

Donc $\frac{tc}{\tau} = 4{,}6$ donc $\boldsymbol{t_c \cong 5\tau}$

Temps pour la charge complète de condensateur