



Analogie entre les oscillations électriques et les oscillations mécaniques

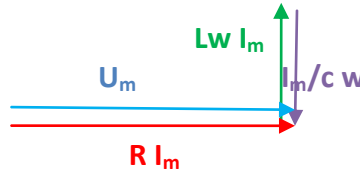
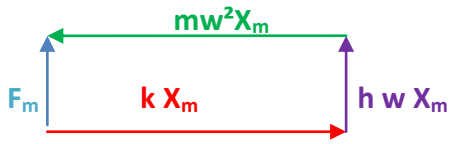
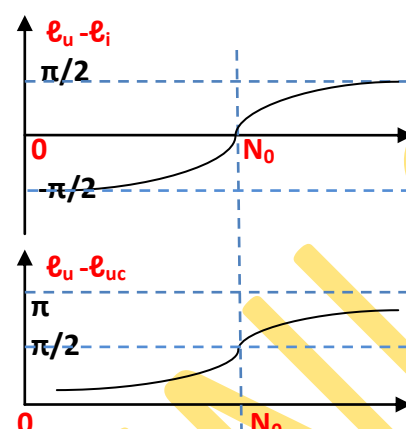
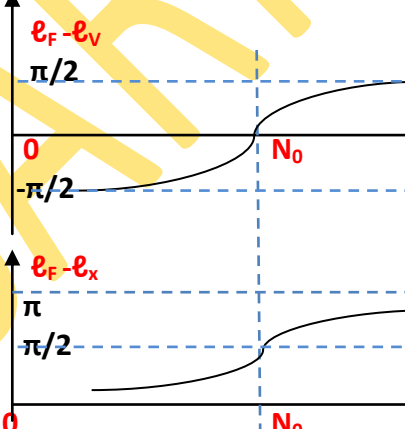
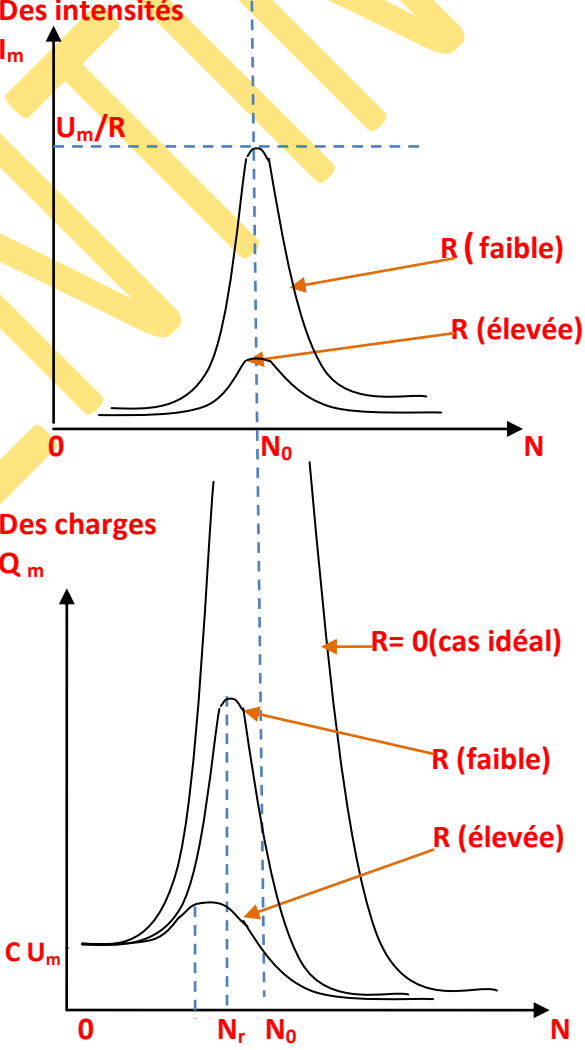
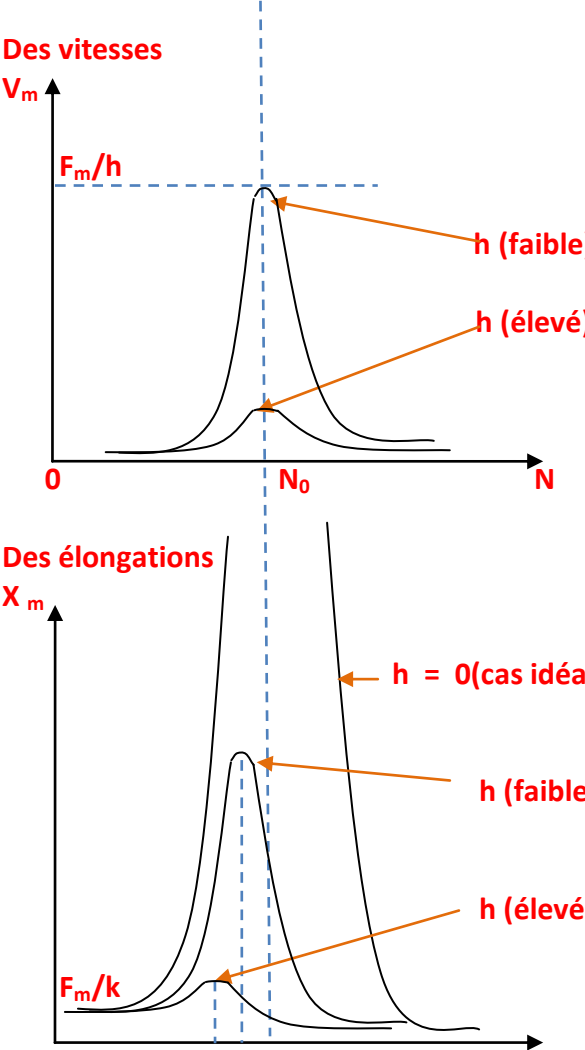
Oscillateur		Electrique : Circuit RLC	Mécanique : Pendule élastique
Grandeurs caractéristiques	Coefficient d'inertie	Inductance L (enH)	Masse m (en kg)
	Coefficient de rappel	Inverse de la capacité	Raideur k (en N. m ⁻¹)
	Facteur dissipatif	Résistance R(en Ω) R = R _o + r	Coefficient de frottement h (en kg. s ⁻¹)
Grandeurs oscillantes		Charge électrique q (en C)	Elongation x (en m)
		Intensité $i = \frac{dq}{dt}$ (en A)	Vitesse $v = \frac{dx}{dt}$ (en m. s ⁻¹)

Oscillations libres

		On charge le condensateur	On écarte le solide de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale
		On déplace un aimant devant la bobine (condensateur déchargé)	On lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse initiale
Equation différentielle des oscillations	Amorties	$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$	$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + k x = 0$
	Non amorties	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$ ou $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_o^2 q = 0$ avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$ ou $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2 x = 0$ avec $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Energie de l'oscillateur	Forme et expression		-potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2} k x^2$ - cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ - mécanique : $E = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$
	Variation	Amorties	$\frac{dE}{dt} = - R. i^2$ donc E décroît
		Non amorties	R = 0 donc E = constante $E = \frac{1}{2C} Q_m^2 = \frac{1}{2} L I_m^2$

Oscillations forcées en régime sinusoïdal

Excitateur	GBF délivrant une tension $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$	Moteur exerçant une force $F = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$
Equation différentielle des oscillations	$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = u$	$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + k x = F$
Amplitude	Des intensités $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$	Des vitesses $V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}}$
	Des charges $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R\omega)^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}} = \frac{I_m}{\omega}$	Des élongations $X_m = \frac{F_m}{\sqrt{(h\omega)^2 + (m\omega^2 - k)^2}} = \frac{V_m}{\omega}$
Déphasage	$0 < \varphi_u - \varphi_q < \pi$ ou $0 < \varphi_u - \varphi_{u_c} < \pi$ $-\pi/2 < \varphi_u - \varphi_i < \pi/2$ $\varphi_{u_c} < \varphi_u < \varphi_{u_L}$ $\text{tg}(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$ $\text{tg}(\varphi_u - \varphi_q) = \frac{R}{\frac{1}{C} - L\omega^2}$	$0 < \varphi_F - \varphi_x < \pi$ $-\pi/2 < \varphi_F - \varphi_v < \pi/2$ $\varphi_f < \varphi_F < \varphi_T$ $\text{tg}(\varphi_F - \varphi_v) = \frac{m\omega - k/\omega}{h}$ $\text{tg}(\varphi_F - \varphi_x) = \frac{h}{k - m\omega^2}$
Impédance	$Z = \frac{U_m}{I_m}$ en Ω $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$	$Z = \frac{F_m}{V_m}$ en kg.s ⁻¹ $Z = \sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}$

	<p>Condition de résonance</p>	<p>Des intensités : $N = N_0$ $U_m = R I_m, u = u_R, u_L(t) = -u_C(t)$ $Z = R, \varphi_u - \varphi_i = 0$ $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1$ $\varphi_u - \varphi_{u_C} = \pi/2 \text{ rad}$ $\varphi_u - \varphi_{u_L} = -\pi/2 \text{ rad}$</p>  <p>Des charges : $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}} < N_0$</p> <p>Pour $R < \sqrt{2 \frac{L}{C}} = R_l$ Si $R > R_l$ la réponse est linéaire (Résonance impossible)</p>	<p>Des vitesses : $N = N_0$ $F_m = f_m = h V_m, F(t) = -f(t)$ $Z = h, \varphi_F - \varphi_v = 0$ $\cos(\varphi_F - \varphi_v) = 1$ $\varphi_F - \varphi_x = \pi/2 \text{ rad}$ $\varphi_F - \varphi_f = \pi \text{ rad}$ $\varphi_F - \varphi_T = -\pi/2 \text{ rad}$</p>  <p>Des élongations : $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}} < N_0$</p> <p>Pour $h < \sqrt{2mk} = h_l$ Si $h > h_l$ la réponse est linéaire (Résonance impossible)</p>
<p>Résonance</p>	<p>Courbes de déphasages</p> 		
	<p>Courbes de résonance</p> 		
<p>Facteur de qualité Q (à la résonance)</p>	$Q = \frac{U_{cm}}{U_m} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$	$Q = \frac{T_m}{F_m} = \frac{1}{h} \sqrt{mk}$	
<p>Puissance moyenne facteur de puissance</p>	$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) = R I^2$ $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R}{Z}$	$P = F \cdot V \cdot \cos(\varphi_F - \varphi_v) = h v^2$ $\cos(\varphi_F - \varphi_v) = \frac{h}{Z}$	