

LE CIRCUIT RC

L'intensité du courant à un endroit du circuit mesure le débit de charge électrique à cet endroit.

L'intensité du courant qui arrive sur une armature du condensateur est la dérivée par rapport au temps de la charge électrique portée par cette armature :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q = C \times u \quad \text{avec } q \text{ en Coulomb (C), } C \text{ en Farad (F), et } u \text{ en Volt (V)}$$

Etablir l'équation différentielle :

Loi d'additivité des tensions :

$$u_c + u_r = E$$

$$\text{Loi d'ohm : } u_r = R \times i$$

$$u_c + R \times i = E$$

$$u_c + RC \times \frac{du_c(t)}{dt} = E$$

Résoudre l'équation différentielle :

Solution générale de la forme :

$$u(t) = A + B e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On dérive $u(t)$:

$$\frac{du(t)}{dt} = B \times \left(-\frac{1}{\tau}\right) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On réinjecte :

$$RC \times \left(-\frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + A + B e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$B e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right) + A = E$$

Par identification :

$$\begin{cases} A = E \\ -\frac{RC}{\tau} + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{d'où } RC = \tau$$

Analyse dimensionnelle de τ

$$q = C \times u \rightarrow [C] = \frac{[Q]}{[U]}$$

$$u = R \times i \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow [Q] = [I] \times [T]$$

$$[RC] = [R] \times [C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[Q]}{[U]} = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] \times [T]}{[U]} = [T] = T$$

τ s'exprime en seconde

$$\text{Energie emmagasinée dans le condensateur : } E_c = \frac{1}{2} C \times u^2$$