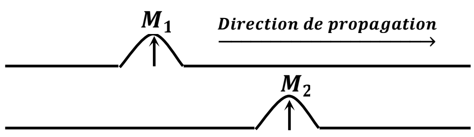
ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

A- Propagation d'un ébranlement :

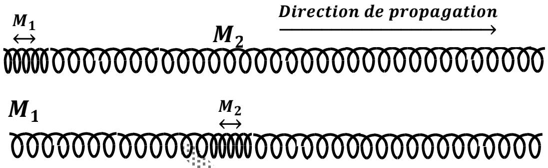
I- Définitions :



* **Un ébranlement : est une déformation locale et brève dans un milieu élastique.**

On distingue trois types d'ébranlement :

→ **Un ébranlement transversal : si le déplacement des points du milieu de propagation est perpendiculaire à la direction de propagation.**



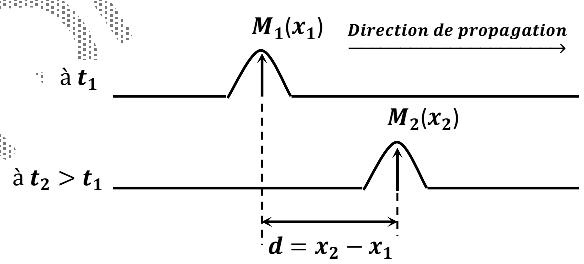
→ **Un ébranlement longitudinal : si le déplacement des points du milieu de propagation est parallèle à la direction de propagation.**

* **Un milieu élastique : est un milieu capable de se déformé et de revenir à son état initial quand on cesse la déformation.**

On distingue trois types de milieu élastique :

→ **Milieu unidimensionnel (corde élastique, ressort…).**
→ **Milieu bidimensionnel (surface d'un liquide…).**
→ **Milieu tridimensionnel (l'espace).**

II- Célérité de l'ébranlement :



On appelle célérité V d'un ébranlement, la vitesse de propagation de l'ébranlement. C'est le quotient de la distance d parcourue par l'ébranlement par la durée Δt du parcours.

$$V = \frac{d}{\Delta t} \text{ avec : } \begin{cases} d \text{ s'exprime en m} \\ \Delta t \text{ s'exprime en s} \\ V \text{ s'exprime en } m.s^{-1} \end{cases}$$

NB : La célérité d'un ébranlement dépend de la nature du milieu matériel dans lequel il se propage et de ses propriétés.

Remarque :

La propagation d'un ébranlement diffère du déplacement d'un mobile, en voici quelques exemples

Déplacement d'un mobile	Propagation d'un ébranlement
Il se fait selon une trajectoire bien précise.	Il se fait, à partir d'une source, dans toutes les directions possibles.
Il correspond à un transport de matière.	Il ne correspond pas a un transport de matière mais d'énergie.
Le mouvement d'un mobile est ralenti par les frottements avec le milieu matériel.	Dans un milieu matériel, un ébranlement peut être amorti, mais cet amortissement porte davantage sur son amplitude que sur sa célérité.
Un mobile se déplace plus facilement dans le vide que dans un gaz et plus facilement dans un gaz que dans un liquide. Le mouvement dans les solides est impossible.	Un ébranlement mécanique ne se propage pas dans le vide. Il se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz et fréquemment plus vite dans les solides que dans les liquides.
Il se fait à une vitesse qui dépend des conditions initiales (vitesse et accélération initiales).	Il se fait avec une célérité qui dépend des propriétés du milieu de propagation.

B- Propagation d'une onde sinusoïdale entretenue :

I- Généralités :

1-Définitions :

Une onde mécanique progressive : est le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements identiques dans un milieu élastique illimité sans transport de matière, mais avec transport d'énergie sans réflexion.

Une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes.

→ Le qualificatif « mécanique » est utilisé pour préciser que la perturbation est une déformation d'un milieu matériel.

→ Le qualificatif « progressive » exprime que la transmission du phénomène s'effectue de proche en proche.

Remarque :

Au laboratoire, on ne peut disposer que de milieux finis, on limite ces milieux par une matière absorbante (coton,
feutre, plaque métallique cintrée …) afin de pouvoir les assimiler à des milieux ouverts.

2-Célérité d'une onde mécanique :

La célérité d'une onde est celle des ébranlements qui la constituent.

3- Onde transversale et onde longitudinale :

Une onde mécanique progressive est dite :

- Transversale si le déplacement des points du milieu de propagation atteints par la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.
- Longitudinale si le déplacement des points du milieu de propagation atteints par la perturbation est parallèle à la direction de propagation.

4- Principe de propagation :

Chaque point M du milieu propagateur reproduit le même mouvement que la source S mais avec un retard de temps θ.

θ : est le temps nécessaire pour que l'ébranlement passe de O à M.

$V = \frac{OM}{\theta}$, la distance SM pris lorsque la corde est au repos. On pose SM=x donc $\theta = \frac{x}{v}$

À t = 0, S est en mouvement et M au repos.

À t = t + θ, S au repos et M en mouvement.

Donc l'élongation du point M s'écrit : $y_M(t) = y_S(t - \theta) \Rightarrow \boxed{y_M(t) = y_S\left(t - \frac{x}{v}\right)}$ c'est le principe de propagation.

II- Onde progressive le long d'une corde élastique tendue :

1- Etude expérimentale :

a- Dispositif :

On réalise le dispositif de la figure-1 ci-contre :
En mettant le vibreur en marche, la corde parait sous forme d'une bandelette rectangulaire floue de largeur double de l'amplitude de vibration de l'extrémité O.

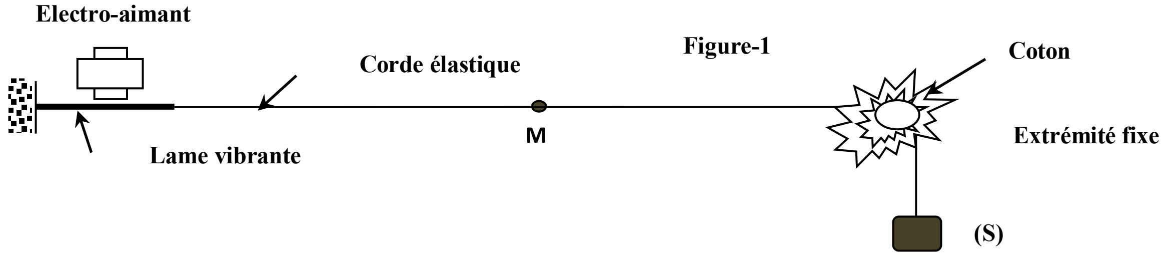


Figure-1

b- Mouvement d'un point donné de la corde

Pour étudier le mouvement d'un point donné M de la corde, on utilise la méthode d'analyse optique. On réalise le montage de figure-2 ci-contre :

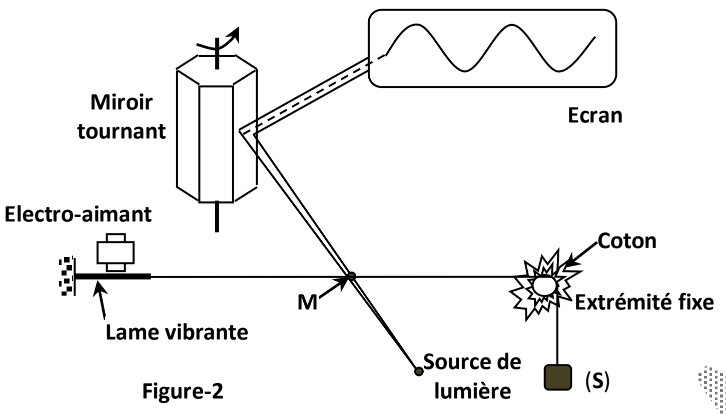


Figure-2

α- Expérience et observation :

En mettant le vibreur et le cylindre tournant en marche, sur l'écran on observe une sinusoïde qui représente la nature du mouvement du point M.

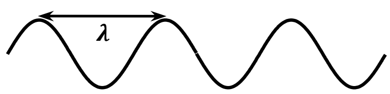
β- Interprétation :

Chaque point de la corde (à part l'extrémité fixe A) reproduit le mouvement de la source O avec la même amplitude et un certain retard.

γ- Conclusion :

Les vibrations imposées à l'extrémité d'une corde élastique tendue sont transmises aux différents points de celle-ci.
Le phénomène qui en résulte constitue une onde transversale.
Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun des points de cette corde (à part l'extrémité fixe A) vibre sinusoïdalement avec la même amplitude que la source (en négligeant l'amortissement).

c- Aspect de la corde à un instant t



α- Expérience et observation :

En éclairant la corde avec un stroboscope :
Te : période des éclaires ; T : période de mouvement de la source.

Si T_e=K T ($N_e = \frac{N}{K}$) ; K ∈ N^* la corde parait immobile sous forme d'un sinusoïde de période égale à une longueur d'onde λ.

Si T_e est légèrement supérieur à kT (N_e légèrement inférieure à $\frac{N}{K}$) : la corde parait toujours sous forme d'un sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation.

Si T_e est légèrement inférieure à kT (N_e légèrement supérieure à $\frac{N}{K}$) : on observe le même mouvement apparent lent de la corde mais dans le sens contraire du sens réel de propagation.

β- Conclusion :

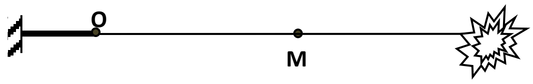
La propagation d'une onde est caractérisée par deux périodicités à la fois.

- **Une périodicité dans le temps, appelée périodicité temporelle. La période T est celle de la source.**
- **Une périodicité dans l'espace, appelée périodicité spatiale.**
  La période λ (longueur d'onde), contrairement à la période T, ne dépend pas seulement de la source mais dépend aussi du milieu de propagation.

γ- Définition :

La longueur d'onde λ : est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle T.

$\boxed{\lambda = v.T}$ **Soit :** $\boxed{\lambda = \frac{v}{N}}$



1- Etude théorique :

a- Equation horaire du mouvement d'un point M de la corde :

La source S effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal de la forme : $y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$

Établir l'équation horaire d'un point M de la corde situé à une abscisse x de O.

Chaque point de la corde reproduit intégralement le mouvement de la source mais avec un retard de temps $\theta = \frac{x}{v}$.

Pour $t > \theta, y_M(t) = y_s(t - \theta)$

$$y_M(t) = a\sin(\omega(t-\theta) + \varphi_s) \Rightarrow y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\theta + \varphi_s) \Rightarrow y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\frac{x}{v} + \varphi_s)$$

$$\begin{cases} y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_s) & \text{si } t > \theta \\ y_M(t) = 0 & \text{si } t \leq \theta \end{cases}$$

$y_M(t)$ **: est l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde situé à une distance x de la source S.**

Finalement on peut écrire : $\boxed{y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M)}$ **si** $t > \theta$ **avec** $\boxed{\varphi_M = \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda}}$

Soit $\Delta\varphi$ le déphasage entre les élongations $y_M(t)$ et $y_s(t)$. Donc : $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_M = \frac{2\pi x}{\lambda}$

$\Delta\varphi$ **: dépend de x donc l'état de vibration d'un point M de la corde dépend de sa position.**

b- Etat de vibration des points par rapport à la source :

α- Point vibrant en phase avec la source :

Déterminons les positions des points de la corde qui vibrent en phase avec la source.

$y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$ **si** $t > 0$

$y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M)$ **si** $t > \theta$

La source S et le point M vibrent en phase c'est-à-dire : $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_M = 2K\pi \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = 2K\pi \Rightarrow$

$\boxed{x_k = K\lambda}$; $K \in \mathbb{N}^*$

K : indique le nombre des points M vibrant en phase avec la source.

Comment peut-on déterminer K ?

Supposons que la corde est de longueur infini égale à ℓ donc : $0 < x_k \leq \ell \Rightarrow 0 < K\lambda \leq \ell \Rightarrow 0 < K \leq \frac{\ell}{\lambda}$

Exemple : ℓ=0,8 m et λ=0,25 m. Or $0 < K \leq \frac{\ell}{\lambda} \Rightarrow 0 < K \leq \frac{0,8}{0,25} \Rightarrow 0 < K \leq 3,2$

k	1	2	3
x_k	0.25	0.5	0.75

β- Point vibrant en opposition de phase avec la source.

$y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$ **si** $t > 0$

$y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M)$ si $t > \theta$

La source S et le point M vibrent en opposition de phase c'est-à-dire : $\varphi_s - \varphi_M = \pi + 2k\pi \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = \pi + 2K\pi$

$\Rightarrow \boxed{x_k = (K + \frac{1}{2})\lambda}$; $K \in \mathbb{N}$

Supposons que la corde est de longueur infini égale à ℓ donc :

$$0 < x_k \leq \ell \Rightarrow 0 < \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq \ell \Rightarrow -\frac{1}{2} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Exemple : ℓ=0,8 m et λ=0,25 m. Or $-\frac{1}{2} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2} \Rightarrow -0,5 < K \leq 2,7$

k	0	1	2	3
x_k(m)	0,1	0,3	0,5	0,7

γ- Point vibrant en quadrature avance de phase par rapport à la source.

$y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$ si $t > 0$

$y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M)$ si $t > \theta$

Le point M vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source S :

$$\varphi_s - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = -\frac{\pi}{2} + 2K\pi$$

$\Rightarrow \boxed{x_k = (K - \frac{1}{4})\lambda}$; $K \in \mathbb{N}^*$

Supposons que la corde est de longueur infini égale à ℓ donc :

$$0 < x_k \leq \ell \Rightarrow 0 < \left(K - \frac{1}{4}\right)\lambda \leq \ell \Rightarrow \frac{1}{4} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} + \frac{1}{4}$$

Exemple : ℓ=0,8 m et λ=0,2 m. Or $\frac{1}{4} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} + \frac{1}{4} \Rightarrow 0,25 < K \leq 4,25$

k	1	2	3	4
x_k(m)	0,15	0,35	0,55	0,75

δ- Point vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source.

$y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$ si $t > 0$

$y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M)$ si $t > \theta$

Le point M vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source S :

$$\varphi_s - \varphi_M = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + 2K\pi$$

$\Rightarrow \boxed{x_k = (K + \frac{1}{4})\lambda}$; $K \in \mathbb{N}$

Supposons que la corde est de longueur infini égale à ℓ donc :

$$0 < x_k \leq \ell \Rightarrow 0 < \left(K - \frac{1}{4}\right)\lambda \leq \ell \Rightarrow \frac{1}{4} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} + \frac{1}{4}$$

Exemple : ℓ=0,8 m et λ=0,2 m. Or $-\frac{1}{4} < K \leq \frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{4} \Rightarrow -0,25 < K \leq 3,75$

k	0	1	2	3
x_k(m)	0,05	0,25	0,45	0,65

c- Aspect de la corde à un instant t donné.

Pour un point M donné : $\forall\, t, y_M(x,t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s)$ ce qui entraine :

À un instant t donné : $\forall M, y_t(x) = a\sin(\frac{2\pi x}{\lambda} - wt - \varphi_s + \pi)$

$y_t(x)$: est donc une fonction sinusoïdale de x de période λ et de phase initiale $\varphi_x = -\omega t - \varphi_s + \pi$
La courbe représentative, appelée sinusoïde des espaces représente l'aspect de la corde à un instant t donné.

Remarque : si les vibrations de la source ont commencé à $t_0=0$ et si l'instant t choisi est de l'ordre de quelques périodes seulement, il se peut qu'à cet instant l'onde n'ait pas atteint encore l'autre extrémité de la corde. Il faut alors chercher la position x_f du front d'onde.

Pour ce, il suffit de calculer la distance parcourue par l'onde jusqu'à l'instant choisi. $x_f = v.t$

Application : l'équation horaire du mouvement d'un point M d'abscisse x sur une corde de longueur l = 60 cm, est la suivante : $y_M(t) = 5.10^{-3}\sin(200\pi t + \frac{\pi}{2})$

L'onde se propage le long de la corde avec une célérité égale à 12 $m.s^{-1}$.

Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 3{,}25.10^{-2}$s.

Solution : la distance parcourue par l'onde entre sa naissance ($t_0 = 0$) et à l'instant t_1 :

$x_1 = v.t_1 = \lambda\frac{t_1}{T}$ or $\frac{t_1}{T} = 3{,}25$ donc $x_1 = 3{,}25.\lambda$

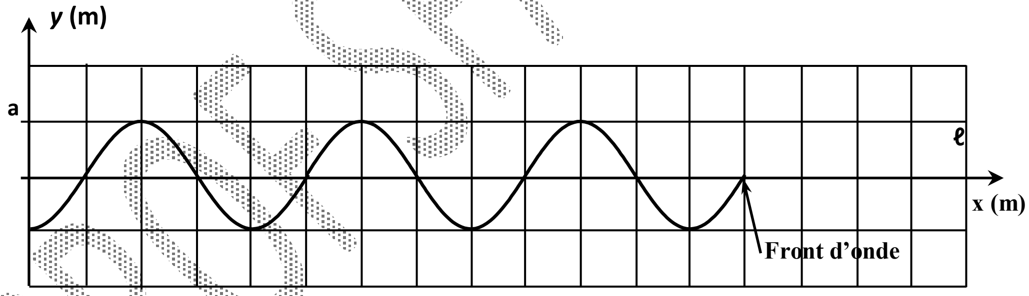
On constate que x_1 est inférieur à l. en effet l = 5λ. Donc l'onde n'a pas encore atteint l'extrémité fixe de la corde.

Ainsi x_1 représente la position x_{f1} du front d'onde.

- $x > x_{f1}$, $y_{t1}(x) = 0$
- $x < x_{f1}$, $y_{t1}(x) = a\sin(wt_1 + \frac{2\pi x}{\lambda})$; $wt_1 = 2\pi\frac{t_1}{T}$ or $\frac{t_1}{T} = 3{,}25$ donc $\omega t_1 = 6{,}5\pi$

Par suite, $y_{t1}(x) = a\sin(-\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$ soit $y_{t1}(x) = a\cos(\frac{2\pi x}{\lambda})$

D'où l'aspect suivant de la corde à l'instant t_1 :



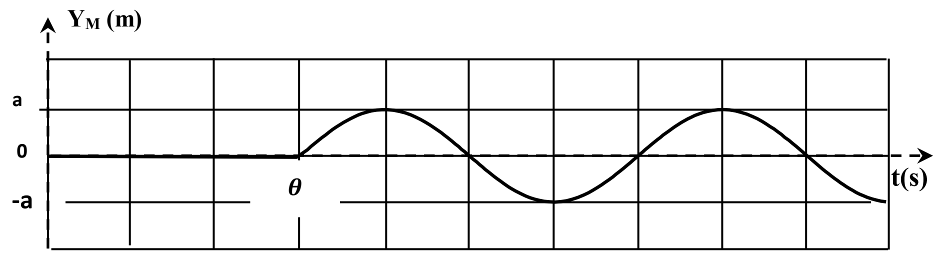
d- Mouvement d'un point M de la corde (sinusoïde de temps)

$y_M(x,t) = a\sin(wt - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s)$ Pour un point M donné d'abscisse x_1 connue.

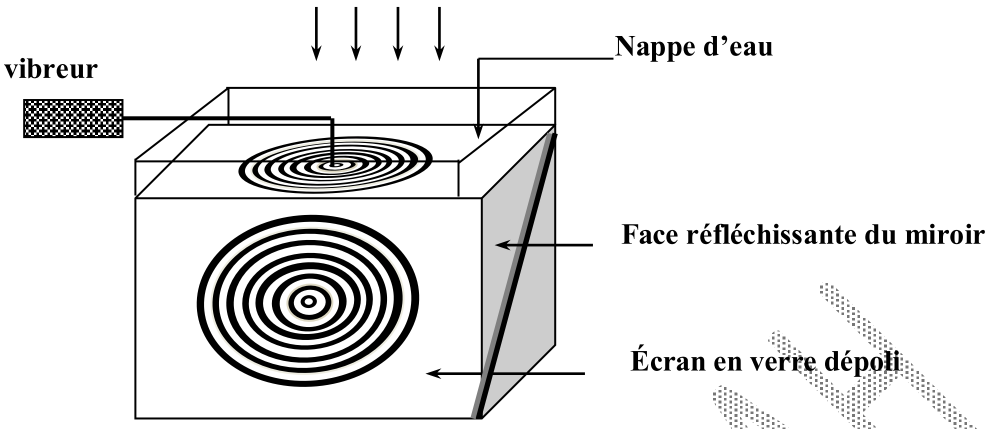
$y_{x1}(t) = a\sin(wt - \frac{2\pi x_1}{\lambda} + \varphi_s)$

Soit θ le temps mis par l'onde pour passer de la source S au point M.

$$\begin{cases} y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_s) \text{ si } t > \theta \\ y_M(t) = 0 \text{ si } t \leq \theta \end{cases}$$



III- Onde progressive à la surface d'un liquide :



1- Etude Expérimentale :

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à onde. Au repos, la pointe verticale (S) affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve en un point O.

En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point O des vibrations verticales et sinusoïdales de période T.

- En lumière ordinaire : on observe des rides circulaires concentriques en (S) et qui se propagent en s'éloignant de la source.
- En éclairant la surface du liquide à l'aide d'un stroboscope de période réglable T_e, on constate que :

→ **Pour T_e=KT ($N_e = \frac{N}{K}$) ; $K \in N^*$** la surface du liquide paraît immobile, recouverte de vagues circulaires, centrées sur (S) et régulièrement espacées.

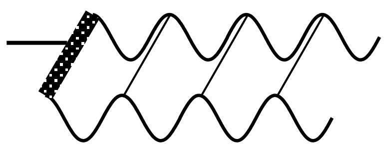
$\begin{cases} \text{Les crêtes des vagues sont représentées par des cercles ou rides claires} \\ \text{Les creux sont représentés par des cercles sombres} \end{cases}$

→ **Pour T_e légèrement supérieure à KT** (N_e légèrement inférieure à $\frac{N}{K}$) : les rides paraissent progresser lentement à la surface du liquide, sans se déformer, en s'éloignant de la source.

→ **Pour T_e légèrement inférieure à KT** (N_e légèrement supérieure à $\frac{N}{K}$) : les rides paraissent progresser lentement à la surface du liquide, sans se déformer, en se rapprochant de la source.

Remarque :

- Deux crêtes consécutives (ou creux consécutifs) sont distantes de λ.
- Touts les points qui appartiennent au même cercle (crête ou creux) vibrent en phase et avec la même amplitude.
- Les points qui appartiennent à un creux vibrent en opposition de Phase avec les points qui appartiennent à une crête.
- Le phénomène de dilution d'énergie se manifeste par la diminution de l'amplitude tout en s'éloignant de la source.
- Si au lieu de la pointe, on utilise une réglette verticale dont le bord inferieur affleure au repos la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes, il se formera des rides rectilignes parallèles à la réglette.

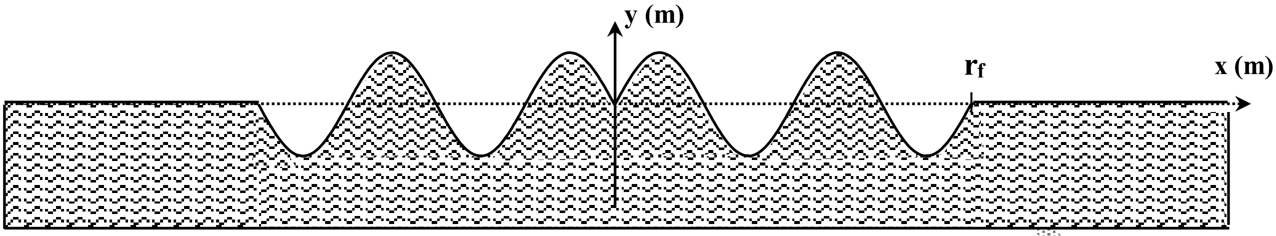


2- Etude théorique :

L'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau est de la forme :

$$y_M(t) = a\sin(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_s)$$

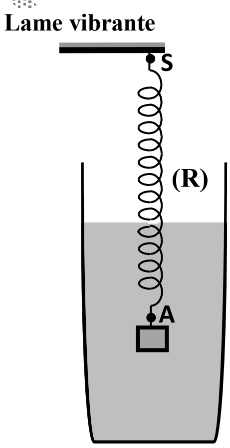
Activité : représenter l'aspect de la surface d'eau à l'instant t=2T.



Coupe transversal par un plan vertical passant par ''s'' à t=2T.

IV- Onde progressive le long d'un ressort :

1- Etude expérimentale :



On met le vibreur en marche et on observe le ressort d'abord en lumière ordinaire puis en lumière stroboscopique.

- **En lumière ordinaire, le ressort nous parait flou.**
- **En éclairant le ressort à l'aide d'un stroboscope de période réglable T_e, on constate que :**

→ **Pour T_e = KT, le ressort parait immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées.**

→ **Pour T_e légèrement supérieure à KT, les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de S vers A.**

→ **Pour T_e légèrement inférieure à KT, les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de A vers S.**

2- Etude théorique :

De la même manière que pour le cas d'une corde élastique, on explique le mouvement apparent lent des spires dans un sens ou dans l'autre. Du fait que les spires du ressort oscillent de part et d'autre de leur position de repos dans la direction de propagation de l'onde, celle-ci est qualifiée d'onde longitudinale.

On peut établir l'expression de l'élongation d'une spire a un instant t donné de la même manière que pour la corde :

Si $y_S(t) = a.\sin(\omega t + \varphi_S)$ si $t \geq 0$, on montre qu'en absence de tout amortissement :

$$y_M(t) = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_M) \text{ si } t > \theta$$

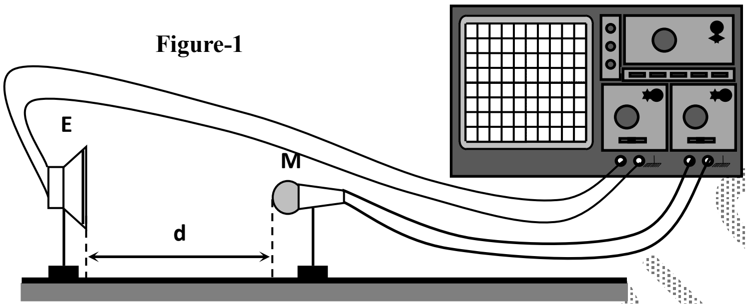
En lumière ordinaire on observe des rides circulaires concentriques en S et qui se propagent en s'éloignant de la source.

V- Le son , exemple d'onde progressive a trois dimensions :

1- Etude expérimentale :

A proximité d'un haut-parleur alimente par un GBF, on place un microphone (M) très sensible.
On relie les bornes du haut-parleur (E) et du microphone (M) respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bi-courbe (voir figure-1). En utilisant la voie Y_1 seule, on obtient l'oscillogramme (C_1) traduisant les vibrations sinusoïdales de la membrane du haut-parleur avec la fréquence N= imposée par le GBF. En utilisant simultanément les voies Y_1 et Y_2, on observe sur l'écran de l'oscilloscope, en plus de la première sinusoïde (C_1), une deuxième sinusoïde (C_2) de même fréquence N traduisant les vibrations de la membrane du microphone (voir figure-2).

Figure-1



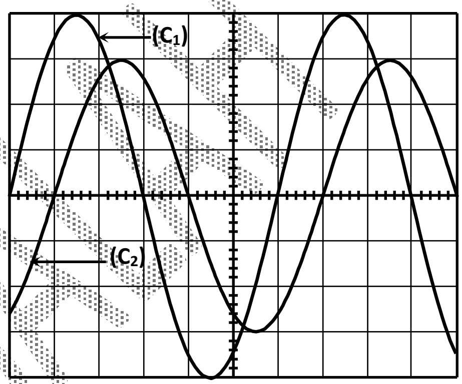


Figure-2

Ces vibrations résultent forcement du son émis par le haut-parleur. En approchant ou en éloignant le microphone par rapport au haut-parleur, suivant une direction bien déterminée, on observe toujours la sinusoïde (C_2) de fréquence N, mais avec une amplitude qui augmente ou qui diminue et dont le décalage horaire par rapport à (C_1) passe régulièrement plusieurs fois de 0 à $\frac{T}{2}$. En déplaçant maintenant le microphone autour du haut-parleur dans toutes les directions tout en le maintenant à la même distance r de ce dernier, on constate que la sinusoïde (C_2) reste identique à elle-même et stable par rapport à la sinusoïde (C_1).
On éloigne lentement le microphone (M) du haut-parleur (E), on constate que pour une distance d'=34,8 mm, les signaux enregistrés (C_1) et (C_2) sont de nouveau en phase pour la première fois.
Déterminer la longueur d'onde λ de l'ultrason. En déduire la célérité V dans l'air du son étudié.

2- Conclusion :

Le son est de nature vibratoire. C'est une onde mécanique, appelée onde sonore et plus particulièrement acoustique lorsqu'elle est susceptible d'être perçue par l'oreille de l'homme.
L'onde sonore émise par une source ponctuelle (approximation du haut-parleur) est une onde progressive sphérique mais qui s'attenue en s'éloignant de la source a cause de la dilution de l'énergie.