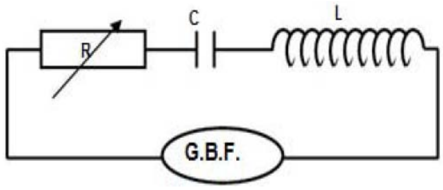


A- Etude expérimentale

*Lorsque le générateur**GBF** impose, aux bornes du circuit **RLC**,une tension alternative, sinusoïdalepériodique**U(t) = U_m sin (w t + Ɛ)** de fréquence**N**, le circuit **RLC**série et le siège d'oscillation électrique sinusoïdalepériodique a' la fréquence**N***imposé par le **GBF**.

- *Le circuit **RLC** est soumis a' une tension excitatrice qui impose leur fréquence.*
- *Le circuit **RLC** réponse en intensité de mêmefréquence que le générateur.*
- *Le circuit **RLC** se comporte comme un oscillateur réalisant des oscillationsforcées.*

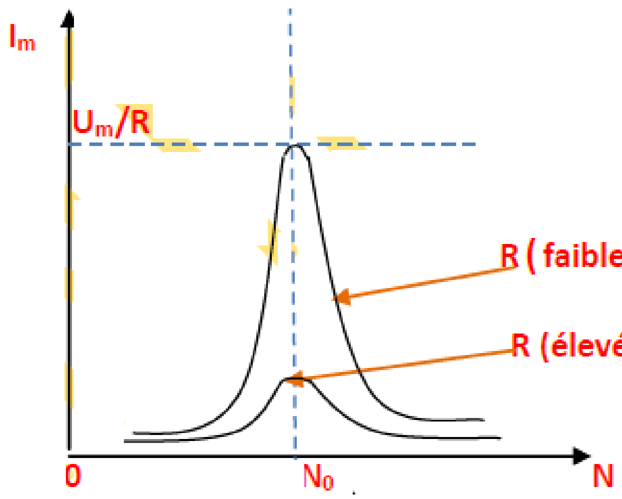
*Les oscillations sont **entretenues**(ne sont plus amortie) ce qui prouve qu'ily'a toujours un transfert d'énergie de l'excitateur qui est le **GBF** vers le résonateur qui est le circuit **RLC.***

- *Le générateur est appelé**excitateur**.*
- *Le circuit RLC est appelé**résonateur**.*

- **Soit I = I_m sin (w_et + $Ɛ_i$).Avec** $\begin{cases} N : \textbf{fréquence du génerateur} \ (w = 2\pi N) \\ No : \textbf{fréquence propre du circuit LC} \end{cases}$.
- **I_m et $Ɛ_i$ dépond de N (fréquence imposée par le générateur).**

SiN = N_o : $\begin{cases} Im = \frac{Um}{R}, L'\text{amplitude est maximale} \\ U \text{ et } i \text{ sont en phase} : Ɛi = Ɛu \end{cases}$

- *On dit que Le circuit est a' la résononce **d' intensité**, et sa réponce en **intensité est maximale***

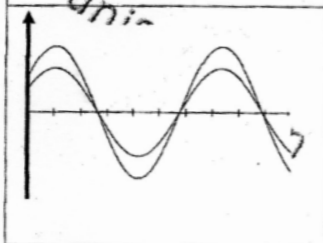
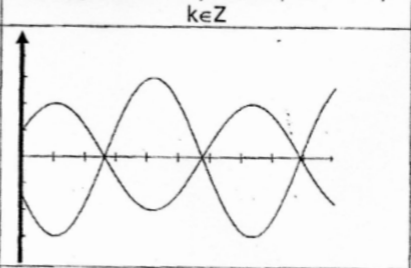
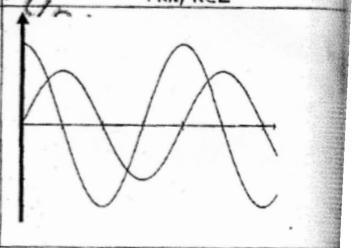


B- Etude théorique (Influence du N sur I_m et $\mathcal{E}_i$).

Détermination de I_m et $\mathcal{E}_i$ en fonction de N Par la construction de Fresnel)

Rappel

1- Valeur particulière du déphasage

en phase : $\Delta\varphi=2k\pi$, $k\in Z$	en opposition de phase $\Delta\varphi=\pi+2k\pi$, $k\in Z$	en quadrature de phase $\Delta\varphi=\pi/2+k\pi$, $k\in Z$
		
Les deux grandeurs passent par leurs maximales, minimales et nulles simultanément.	Si l'une des grandeurs est maximale, l'autre est minimale et s'annulent simultanément.	Si l'une des grandeurs est extrêmale l'autre est nulle.

2- Vecteur de fresnel

A toute fonction sinusoïdale $U = a \sin(w\,t+\varepsilon)$ *on associe un vecteur de Fresnel tournant a' la vitesse angulaire* $\boldsymbol{\omega}$ *(dans le sens trigonométrique) de module* $\boldsymbol{a}$ *et d'angle polaire* $\boldsymbol{\varepsilon}$.

$U = U_m \sin(w\,t+\varepsilon) \longrightarrow \vec{V}\,(U_m\ ,\varepsilon)$; *Vecteur tournant a' la vitesse w.*

1- Equation différentielle

D'après la loi des mailles $U_c + U_L + U_R = U \quad L\frac{di}{dt} + (\ \Longrightarrow\ ) + \frac{q}{c} = U$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{1}{C}\int i\,dt = u \qquad Avec \begin{cases} U = Um\ \sin(w\,t+\ \mathcal{E}u) \\ I = Im\ \sin(w\,t+\ \mathcal{E}i) \end{cases}.$$

2- Résolution de l'équation différentielle

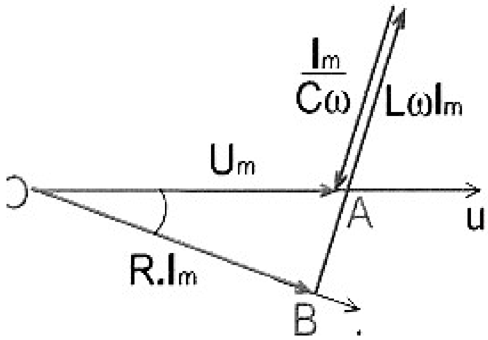
L'équationdifférentielleprécédente a' pour solution $i(t) = I_m \sin(wt + \mathcal{E}i)$

A chaque tension de l'équation différentielle on associe un vecteur tournant: un vecteur deFresnel.

- $U(t)=U_m \sin(\omega t + \phi_u)$ correspond le vecteur de Fresnel : $V\ [\,U_m, \phi_u\,]$.
- $R_t\, i(t) = R_t I_m \sin(\omega t + \phi_i)$ correspond le vecteur de Fresnel : $V_1[\,R_t I_m, \phi_i\,]$.
- $L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t + \phi_i + \frac{\pi}{2})$ correspond le vecteur de Fresnel : $V_2\,[\,L\omega I_m, \phi_i + \frac{\pi}{2}]$.
- $\frac{1}{C}\int i\,dt = \frac{Im}{cw}\sin(\omega t + \phi_i - \frac{\pi}{2})$ correspond le vecteur de Fresnel : $V_3\ [\frac{Im}{cw}, \phi_i - \frac{\pi}{2}]$.
  - **D'après l'équation différentielle on peut écrire : $V_1 + V_2 + V_3 = V$.**

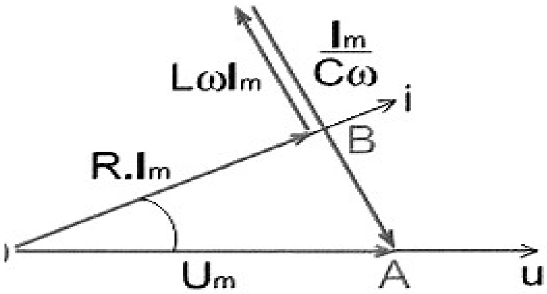
3- La construction de Fresnel

1er cas $\omega_e > \omega_0$; $L\omega > \frac{1}{cw}$; $N > N_0$.



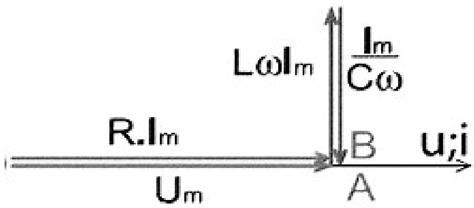
- $I_m = \frac{Um}{\sqrt{R2+(Lw-\frac{1}{cw})2}}$.
- $\mathcal{E}_u > \mathcal{E}_i$: *U(t) est en avance de phase par rapport a' i(t)*
- $Tg(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{Lw - 1/cw}{R}$ et $\cos(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{R\,Im}{Um}$.
- Remarque : $(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$ Donc $tg(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) > 0$.*le circuit est dit inductif*

2éme cas $\omega_e < \omega_0$; $\frac{1}{cw} > Lw$; $N < N_0$



- $I_m = \frac{Um}{\sqrt{R2+(Lw-\frac{1}{cw})2}}$.
- $\mathcal{E}_i > \mathcal{E}_u$: *i est en avance de phase par rapport a' U.*
- $Tg(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{Lw - 1/cw}{R}$ et $\cos(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{R\,Im}{Um}$.
- Rq : $(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) \in [0 ; -\frac{\pi}{2}]$ Donc $tg(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) < 0$.*le circuit est dit capacitif*

3éme cas $w_e = w_o$; $\frac{1}{cw} = L\,w$; $N = N_o$ *(Résonanced'intensité)*



$R\ I_m = U_m$ ⇨ $I_m = \frac{Um}{R}$ Z ⇨

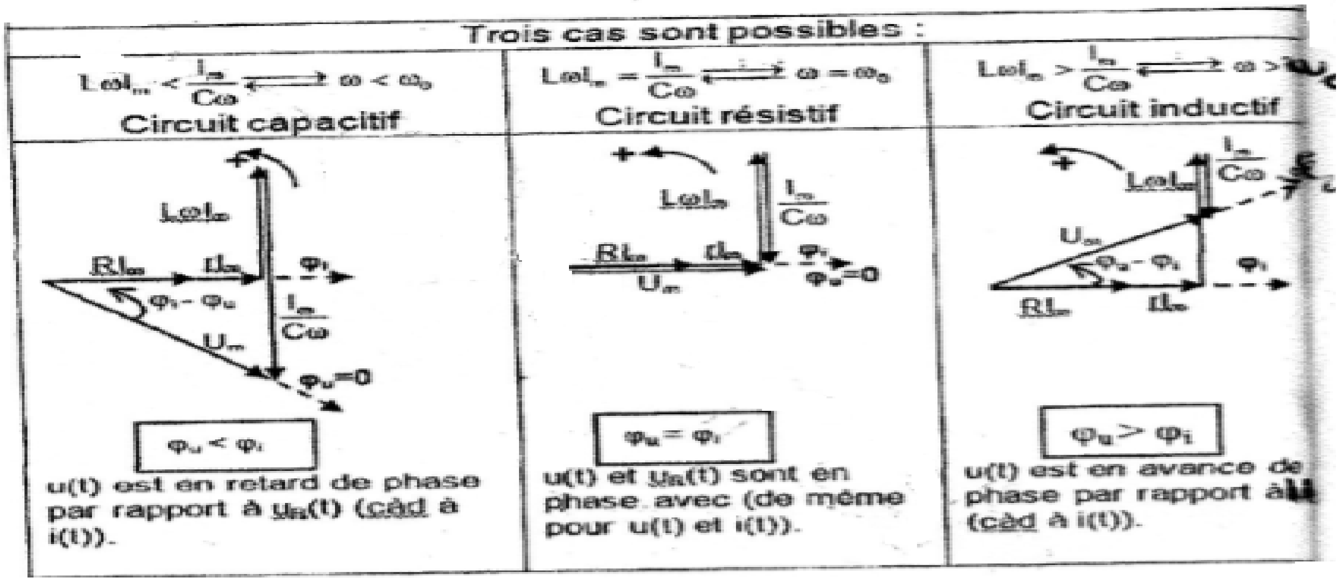
⇨ $\cos(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = 1$ $\mathcal{E}_u$ ⇨

⇨ *i sont en phase*

⇨ *cuit est en état de résonance d'intensité* *Le circuit est dit résistif*

Conclusion

- *L'amplitude :* $I_m = \frac{Um}{\sqrt{(R+r)^2 + (Lw-\frac{1}{c\,w})^2}}$.*L'impédance* $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U\sqrt{2}}{I\sqrt{2}} = \frac{U}{I} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$
- *Le déphasage :* $tg(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{Lw - 1/cw}{R}$ et $\cos(\mathcal{E}_u - \mathcal{E}_i) = \frac{R\,Im}{Um} = \frac{R}{Z}$
- *A' la résonance d'intensité* $\begin{cases} N = No \\ \mathcal{E}u = \mathcal{E}i \\ Im = \frac{Um}{R+r} \end{cases}$.*u(t) et i(t) sont en phase.*
- Intensité efficace $I = \frac{Im}{\sqrt{2}}$ tension efficace $U = \frac{Um}{\sqrt{2}}$



Trois cas sont possibles :		
$L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega < \omega_0$	$L\omega I_m = \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega = \omega_0$	$L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega > \omega_0$
Circuit capacitif	Circuit résistif	Circuit inductif
$\varphi_u < \varphi_i$	$\varphi_u = \varphi_i$	$\varphi_u > \varphi_i$
u(t) est en retard de phase par rapport à $u_R(t)$ (càd à i(t)).	u(t) et $u_R(t)$ sont en phase avec (de même pour u(t) et i(t)).	u(t) est en avance de phase par rapport à $u_R(t)$ (càd à i(t)).

4- Coefficient de surtension _ Facteur de qualité (w_e = w_o).

- $Q = \frac{Uc}{U} = \frac{Ucm}{Um} = \frac{Im}{c\,wo\,R\,Im} = \frac{1}{c\,wo\,R}$
- $Q = \frac{UL}{U} = \frac{ULm}{Um} = \frac{L\,wo\,\,Im}{R\,\,Im} = \frac{L\,wo}{R}$
  - **Q** augmente si **L** estélevé ou si R_t et **C** sont faibles.
  - Si **Q** est trop élevé, la surtension devientdangereuse tant pour l'utilisateur que pour les composantes du circuit (**claquage** du condensateur ou production des **étincelle** entre les spires de la bobine).
  - **Si Q $\leq$ 1 il n'y a pas surtension.**
  - **Si Q $>$ 1 il y a surtension.**

5- La puissance moyenne électrique

- **La puissance moyenne consomme par le circuit.**

$$P_u = U\,I\,\cos(\varepsilon_u - \varepsilon_i).\text{Avec}\begin{cases} I = \frac{U}{Z} \\ \cos(\varepsilon u - \varepsilon i) = \frac{RI}{U} = R/Z \end{cases} P_u = R_t I^2 \Longrightarrow$$

- *A' la résonance d'intensité $P_u = U\,I\,\cos(\varepsilon_u - \varepsilon_i) = U\,I = R\,I^2$. (Puissance maximale)*

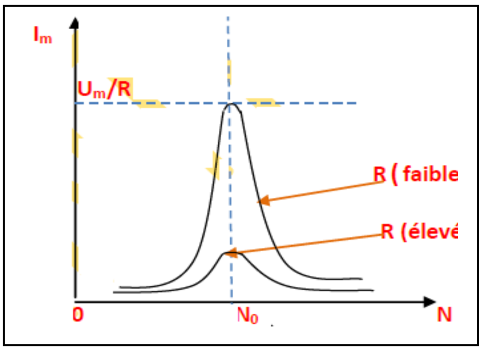
- **La puissance moyenne consomme par la bobine.**

$$P_b = U_b I\,\cos(\varepsilon_b - \varepsilon_i) \quad \text{Avec}\begin{cases} Ub = Zb\,I \\ \cos(\varepsilon b - \varepsilon i) = \frac{r\,I}{Ub} = \frac{r}{Zb} \end{cases} P_b = r\,I^2. \Longrightarrow$$

- **La puissance moyenne consomme par le résistor.**

$$P_R = U_R\,I\,\cos(\varepsilon_R - \varepsilon_i) \quad \text{Avec}\begin{cases} UR = R\,I \\ \cos(\varepsilon R - \varepsilon i) = 1 \end{cases} P_R = RI^2. \Longrightarrow$$

6- Influence de la résistance



A' la résonance aigue : le circuit et dit sélectif.(R faible)

A' la résonance floue : le circuit est dit peu sélectif. (R important)

7- Remarques très importants

- $U_R(t) = R\,i(t) = R\,I_m \sin(wt + \varepsilon_R)$ Avec $U_{Rm}=R\,I_m$ et $\varepsilon_R= \varepsilon_i$
  $U_R(t)$ est en retard de phase par apport a' U(t) si le circuit et inductif.
  $U_R(t)$ est en avance de phase par apport a' U(t) si le circuit et capacitif.
  $U_R(t)$ est en phase par apport a' U(t) si le circuit et résistif.

- $U_c(t) = \frac{1}{C}\int i\,dt = \frac{Im}{cw}\sin(w\,t + \varepsilon_i - \frac{\pi}{2})$ Avec $U_{cm}= \frac{Im}{cw}$ et $\varepsilon_c = \varepsilon_i - \frac{\pi}{2}$
  Quel que soit la fréquence N on a toujours $U_c(t)$ en retard de phase par rapport à U(t).

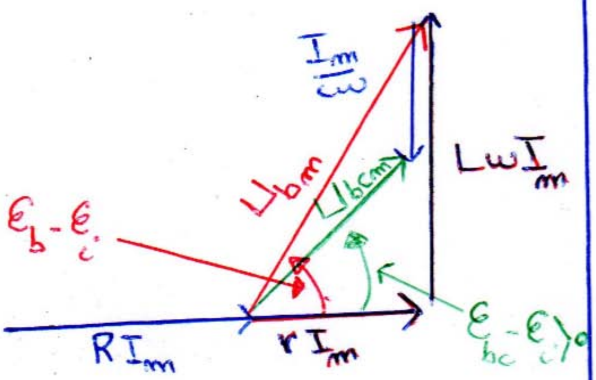
- $U_r(t) = r\,i(t) = r\,I_m \sin(w\,t + \varepsilon_r)$ Avec $U_{rm} = rI_m$ et $\varepsilon_r=\varepsilon_i$
  $U_r(t)$ est en retard de phase par apport a' U(t) si le circuit et inductif.
  $U_r(t)$ est en avance de phase par apport a' U(t) si le circuit et capacitif.
  $U_r(t)$ est en phase par apport a' U(t) si le circuit et résistif.

- $U_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\,w\,I_m \sin(w\,t + \varepsilon_i + \frac{\pi}{2})$ Avec $U_{Lm} = Lw\,I_m$ et $\varepsilon_L = \varepsilon_i + \frac{\pi}{2}$
  Quel que soit la fréquence N on a toujours $U_L(t)$ en avance de phase par rapport à U(t).

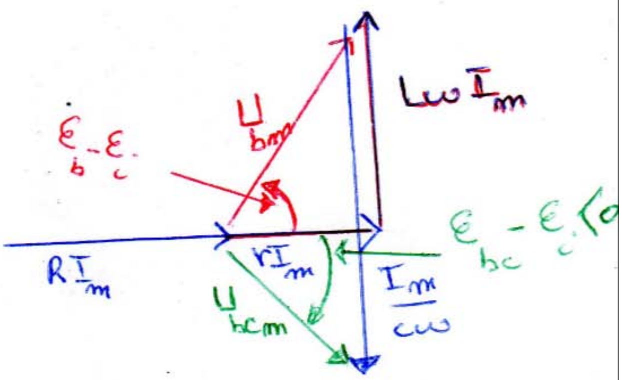
- $U_b(t) = U_{bm}\sin(w\,t + \varepsilon_b)$ Avec $U_{bm} = I_m\sqrt{r^2 + (Lw)^2} = I_m Z_b$ et $tg(\varepsilon_b - \varepsilon_i) = \frac{L\,w}{r}$
  Quel que soit la fréquence N on a toujours $U_b(t)$ en avance de phase par rapport à U(t).

- $U_{bc}(t) = U_{bcm}\sin(w\,t + \varepsilon_{bc})$ Avec $U_{bcm} = I_m\sqrt{(r)^2 + (Lw - \frac{1}{c\,w})^2} = I_m Z_{bc}$
  Et $tg(\varepsilon_{bc} - \varepsilon_i) = \frac{Lw - \frac{1}{c\,w}}{r}$
  $U_{bc}(t)$ est en avance de phase par apport a' U(t) si le circuit et inductif.
  $U_{bc}(t)$ est en retard de phase par apport a' U(t) si le circuit et capacitif.
  $U_{bc}(t)$ esten phase par apport a' U(t) si le circuit et résistif.

- $I_m = \frac{U_m}{Z}$ avec $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ d'après Pytagore
- $I_m = \frac{U_{Cm}}{Z_C}$ avec $Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega}$
- $I_m = \frac{U_{bm}}{Z_b}$ avec $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ d'après Pytagore
- $I_m = \frac{U_{bcm}}{Z_{bc}}$ avec $Z_{bc} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ d'après Pytagore



Circuit inductif $N > N_0$



Circuit capacitif . $N < N_0$