Lycée Nebeur	**Devoir de contrôle n°1** **MATHEMATIQUE**	
Année : 2011-2012		
Classe :4SCI2	Durée : 2heures	Prof : J-Naceur

Exercice n°1 : (4pts)

Pour chaque question une seule des trois propositions est exacte .le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1) L'équation $z^2 - 2z + 1 + 8i = 0$ a pour solutions :

a) 3 -2i et 3+2i b) 3+2i et -3-2i c) 3-2i et -1+2i

2) Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs d'affixes respectives 1-i et 1+i alors :

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires c) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont opposés

3) une suite réelle définie sur IN et vérifiant pour tout $n \in IN$ on a : $|u_n - 2| \leq (0{,}4)^n$

Alors la limite de (u_n) est :

a) 0 b) 2 c) $+\infty$

4) On considère une suite (u_n) définie sur IN , croissante et a pour limite 0

On pose $v_n = \dfrac{3}{u_n}$ Alors (v_n) a pour limite :

a) $-\infty$ b) $+\infty$ c) 0

Exercice n°2 : (5pts)

On considère la suite réelle définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 4 - \dfrac{4}{u_n}$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $u_n \succ 2$

b) Montrer que : $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n - 2)^2}{u_n}$. En déduire la monotonie de u_n

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite .

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 2}$

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$ .Exprimer v_n en fonction de n

b) Montrer que : $u_n = \dfrac{2}{2+n} + 2$. Retrouver alors limite de u .

Exercice n°3 : (4pts)

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$

1) a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

b) Vérifier que pour tout réel x, on a : $f'(x) = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$

c) Dresser le tableau de variation de f .

www.devoir@t.net © 2011

2) Soit g une fonction définie et <u>strictement décroissante</u> sur IR tels que :g(2)= 0 et $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

On pose h=fog

a) Calculer $h(2)$ et $\lim_{x\to+\infty} h(x)$.

b) Donner les variations de h sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[0,+\infty[$.

<u>Exercice n°4</u> : (7pts)

1) a) vérifier que : $(3-i)^2 = 8-6i$

b) Résoudre dans C l'équation : $z^2-(1+i)z-2+2i=0$

2) Pour tout nombre complexe z on pose : $f(z) = z^3-(1+3i)z^2+(4i-4)z+4+4i$

a) Vérifier que 2i est une solution de l'équation $f(z)=0$

b) Déterminer les nombres complexes a et b tel que : $f(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$

c) Résoudre l'équation : $f(z)=0$

3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$

On donne les points A ,B et C d'affixes respectives 2 , -1+i et -2+4i .

a) Déterminer l'affixe du point I milieu de $[AC]$ puis placer les points A, B, C et I.

b) Monter que le triangle ABC est isocèle en B .

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un losange .

BON TRAVAIL

www.devoir@t.net © 2011