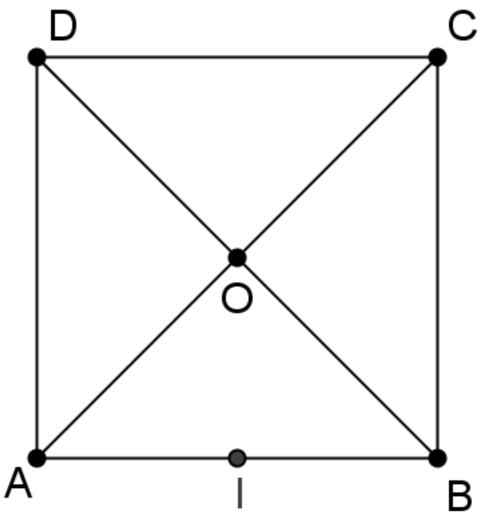
L. Regueb	Mathématiques	Classe : 4ème M
Prof : Salhi Noureddine	Devoir de Contrôle№1	Le : 11/11/2010 Durée : 2h

Exercice1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte . Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

ABCD est un carré de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et I le milieu de $[AB]$.



1) L'isométrie : $S_{(BC)} \circ S_{(BD)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$ est

a) une rotation

b) une translation

c) une symétrie glissante.

2) $t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)}$ est égale à

a) $t_{\overrightarrow{CD}} \circ S_{(OI)}$

b) $t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(OI)}$

c) $S_{(BC)}$

3) Soit r_1 la rotation de centre O, d'angle $\frac{-\pi}{2}$ et r_2 la rotation de centre C , d'angle $\frac{\pi}{2}$.

$r_1 \circ r_2$ est

a) la symétrie centrale de centre A

b) la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$

c) la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Exercice2(6pts)

Dans un repère orthonormé $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne la courbe représentative (C_f) d'une fonction f définie, continue

et dérivable sur $]-2\,,+\infty[$ et les asymptotes à (C_f) d'équations : x = -2 et y = x – 1.

(l'Annexe de l' Exercice2 est à rendre avec la copie).

1)a)Dresser le tableau des variations de f.

b) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{2x-1}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-x+3]$.

2)a) Calculer $\lim\limits_{x\to-2^+} (f \circ f)(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (f \circ f)(x)$.

b) Montrer que la fonction $f \circ f$ est strictement décroissante sur $]-2\,,-1]$.

c) Déterminer $(f \circ f)(\,]-2\,,-1])$.

3) La courbe (C_f) rencontre l'axe des abscisses, aux points d'abscisses α et β avec $-2 < \beta < -1$ et $0 < \alpha < 1$.

a) Montrer que l'équation : $f(x) = \beta$, n'admet aucune solution dans $]-2\,,+\infty[$.

b) Construire et placer sur l'axe des abscisses, les solutions de l'équation $(f \circ f)(x) = 0$ sur $]-2\,,+\infty[$.

Exercice3(6pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point A d'affixe 2 et le cercle (C) de centre O passant par A. Dans tout l'exercice on note α le nombre complexe $\alpha = 1 + i\sqrt{3}$.

1)a) Démontrer que : $\alpha^2 - 4\alpha = 2\overline{\alpha} - 8$.

b) Démontrer que les points B et C d'affixes respectives α et $\overline{\alpha}$ appartiennent au cercle (C).

2) Soit D un point du cercle (C) d'affixe $2e^{i\theta}$ où θ est un nombre réel de l'intervalle $]-\pi\,,\pi]$.

a) Construire sur la figure donnée en annexe 2 (à rendre avec la copie) les points B , C et le point E image du point D par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

b) Justifier que le point E a pour affixe $z_E = \alpha e^{i\theta}$.

3) Soient F et G les milieux respectifs des segments $[BD]$ et $[CE]$.

a) Déterminer l'affixe z_F du point F .

b) Justifier que le point G a pour affixe $z_G = \frac{\alpha e^{i\theta} + \overline{\alpha}}{2}$.

c) Démontrer que $\frac{z_G - 2}{z_F - 2} = \frac{\alpha}{2}$. En déduire la nature du triangle AFG.

Exercice4(5pts)

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.

1)a) Soit f la fonction définie sur $]0\,,+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$.

Etudier le sens de variation de f , et tracer sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.(On prendra comme unité 2cm).

b) Utiliser le graphique précédent pour construire u_0 , u_1 , u_2 et u_3 sur l'axe $(O\,, \vec{\imath})$.

2)a) Montrer que pour tout entier naturel n non nul $u_n \geq \sqrt{2}$.

b) Montrer que pour tout $x \geq \sqrt{2}$, $f(x) \leq x$.

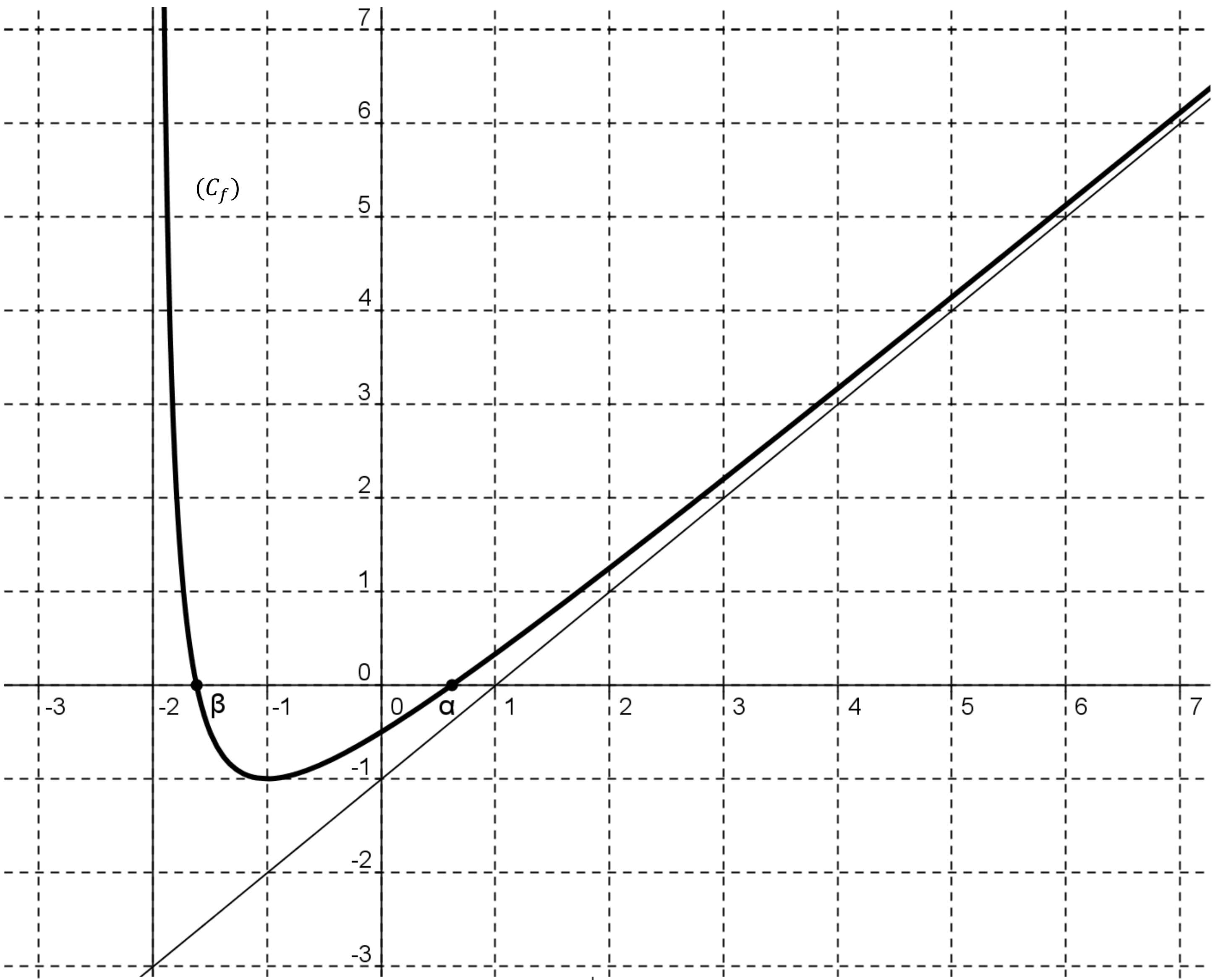
c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang 1 .

d) Prouver qu'elle converge.

3) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Annexe1 de l' Exercice2 (à rendre avec la copie).

Nom et Prénom : --



Annexe2 de l' Exercice3