

Lycée 7 novembre
Gaafour

Mathématique

Classe : 4^{eme} sc. inf.

Devoir de contrôle

N°1

Date : 01-11-2011

Durée : 2h

Prof: Ferchichi

Adel

EXERCICE N°1 : (4 PTS)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie (aucune justification n'est demandée)

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1°) Le conjugué du nombre complexe $Z' = 1 - iz$ est égale à :

- a) $1 + iz$ b) $1 + i\bar{z}$ c) $1 - i\bar{z}$

2°) Si x est un réel et $Z = \frac{1+ix}{-1+ix}$ alors le module de Z est égale à :

- a) $\sqrt{\frac{1+x^2}{x^2-1}}$ b) $\frac{x+1}{x-1}$ c) 1

3°) La suite $X_n = -3 + (\sqrt{2})^n$ est :

- a) Convergente vers -3 b) Divergente c) convergente vers 0

4°) La partie réelle de $(1 + i)^{2011}$ est égale à :

- a) -2^{1005} b) 2^{1005} c) 1

EXERCICE N°2 : (6 PTS)

Soit la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2 + u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2
b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 0$
b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.
- 3) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = \frac{u_n}{1 + u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
 - a) Calculer v_0 et montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - b) Déterminer la limite la suite (v_n) .
 - c) Montrer que : $u_n = \frac{1}{2^{n+1} - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
 - d) Retrouver la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE N° 3 : (6 PTS)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) on désigne par A, B, C et I les points d'affixes respectives :

$$z_A = -2i, \quad z_B = 1+i, \quad z_C = 4+2i \quad \text{et} \quad z_I = 2.$$

1°) a/ Placer sur une figure les points A, B, C, et I .

b/ Montrer que le point I est le milieu du segment[AC].

2°) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

3°) Soit D le symétrique de B par rapport à I.

a/ Déterminer l'affixe du point D.

b/ Montrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

EXERCICE N° 4 : (2 PTS)

1°) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que :

$$|\bar{z} - 1 + 2i| = 3$$

2°) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que :

$$\left| \frac{z-2+i}{4i-z} \right| = 1 .$$

EXERCICE N° 5 : (2 PTS)

1°) Déterminer l'entier relatif n pour que $\frac{n+16}{n+4}$ soit un entier.

2°) Sachant que : $312 = 62 \times 5 + 2$ déterminer le reste de la division euclidienne de -312 par 5.

Bon travail