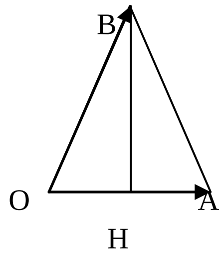
Rappel du cours

Produit scalaire dans le plan

Définition

1) On appelle produit scalaire de u et v et on note $\vec{u} \cdot \vec{v}$ le réel défini par
   - $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$
   - $\vec{u} \cdot \vec{v} = \overline{OA} \cdot \overline{OH}$ avec $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ *et* $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$



et H le projeté orthogonale de B sur (OA)

2) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ = OA . OB . cos $A\hat{O}B$ si $\vec{u} \neq \vec{0}$ ou $\vec{v} \neq \vec{0}$

Propriétés algébriques

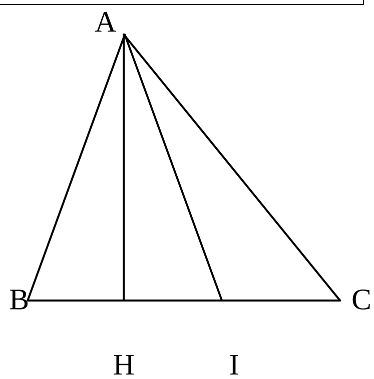
Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs , et *soit* α *et* β deux réels

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$	$\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2 = \vec{u}^{\,2}$
$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$	$\vec{u} \cdot (\alpha \vec{v}) = (\alpha \vec{u}) \cdot \vec{v} = \alpha (\vec{u} \cdot \vec{v})$
$(\alpha \vec{u}) \cdot (\beta \vec{v}) = \alpha\beta (\vec{u} \cdot \vec{v})$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ssi $\vec{u} \perp \vec{v}$
$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\,\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|$	$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\,\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|$
$(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$	$\lvert\vec{u} \cdot \vec{v}\rvert \leq \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|$
$\lvert\vec{u} \cdot \vec{v}\rvert = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \iff \vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont colinéaires*	

Théorème de la médiane

I le milieu de [BC] on a pour tout point A du plan :

- $AB^2 + AC^2 = 2\,AI^2 + \frac{BC^2}{2}$
- $AB^2 - AC^2 = 2\,\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IA} = 2\,\overline{BC} \cdot \overline{IH}$



Avec H le projeté orthogonale de A sur (BC)

Propriété : Pour tout point A ,B et C on a $\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB})$

$\overrightarrow{AB}^{\,2} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB})^2 = AC^2 + CB^2 - 2\,\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$

On obtient alors $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2$ AC . CB .cos $\widehat{ACB}$ formule d'EL kashi

Propriétés analytiques : dans un repère orthonormé (O , $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) on considère $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ona :

$\vec{u}\,.\,\vec{v}$ = xx' + yy'	$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$
$\vec{u} \perp \vec{v} \iff$ xx' + yy' = 0	$\vec{0}$ est orthogonal à tout vecteur
La distance d'un point A(x_0 , y_0) à une droite Δ d'équation ax + by + c = 0 est le réel $\frac{\lvert a\,x_0 + b\,y_0 + c\,\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	

Réflexes :

Situations	***Réflexes***
Calculer le produit scalaire de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$	a) On utilise $\|\overrightarrow{AB}\|\ \|\overrightarrow{AC}\|\cos B\hat{A}C$ b) On utilise $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AH}$ avec H projeté orthogonale de c sur (AB) c) $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$ = xx' + yy' d) On utilise la relation de chasles et les propriétes du produit scalaire
Démontrer l'orthogonalité de deux vecteurs	On démontre que leur produit scalaire est nul
Calculer une distance AB	a) On écrit $AB^2 = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ b) Théorème de la médiane
Calculer un angle BÂC	On applique la formule : $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$ =AB.AC.cos $B\hat{A}C$