

<u>MR : GARY</u>	<u>Statistique</u> <u>Exploitation de l'information</u>	<u>Classe :</u> <u>1^{er} Secondaire</u>
------------------	--	---

I) Etude statistique à valeurs discrètes

1) Série statistique à valeurs discrètes

a) Activité 1 P 242

Notes (x_i)	3	4	5	6	7	9	10	11	13	14	16	17	18	19	20	
Effectifs (n_i)	3	2	3	5	2	3	4	3	1	2	5	1	3	1	2	N=40
Fréquence (f_i)																
Effectifs cumulés croissants																
Effectifs cumulés décroissants																
Fréquences cumulés croissants																
Fréquences cumulés décroissants																
$x_i \times n_i$																T=

b) Définition et vocabulaire

Statistique

« C'est un ensemble de méthodes permettant de décrire et d'analyser, de façon quantifiée, des phénomènes repérés par des éléments nombreux, de même nature, susceptibles d'être dénombrés et classés. »

Population : L'ensemble des individus (ex : barre de métal) sur lesquels porté l'étude statistique.

Les éléments : D'un ensemble sont les individus.

Caractère : propriété étudiée.

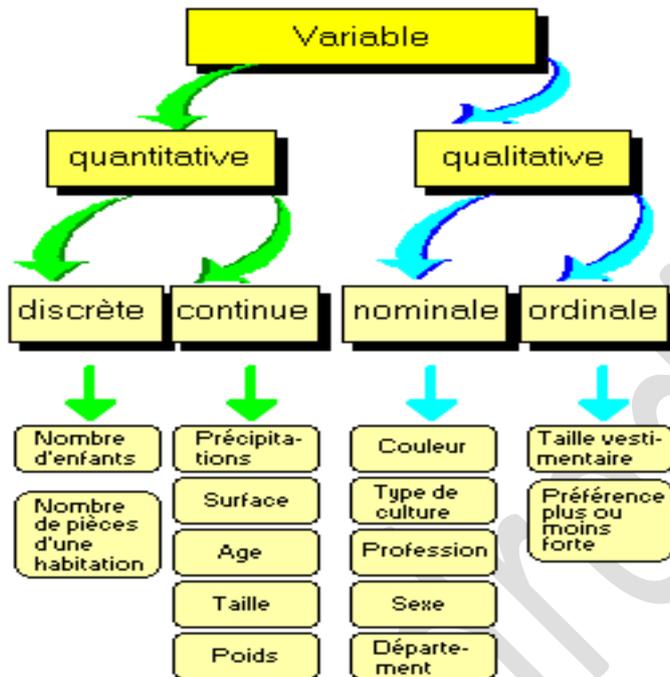
Un caractère quantitatif continue	il prend tout valeur de l'intervalle
Un caractère quantitatif discontinue	il prend des valeurs isolées
Un caractère qualitatif	Il n'est pas mesurable

Qualitatif : (s'il ne prend pas de valeurs numériques). Il exprime une qualité (ex : musique préférée des élèves).

Quantitatif : (s'il prend des valeurs numériques). Il exprime une quantité

Quantitatif : Discret (ex : nombre d'appareils audiovisuels).

Quantitatif : Continu (ex : longueurs des barres)



Effectifs : L'effectif est le nombre d'individus correspondant à une valeur ou à une classe, on le note n_i .

Effectifs total : La somme de tous les n_i est-elle toujours égale à N , nombre des observations. On notera ceci :

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + \dots + n_k$$

Exemple $N = 3+2+3+5+2+\dots +1+2= 40$

Effectif cumulée croissante : Plus généralement, si $\{ (x_i, n_i), i = 1, \dots, K \}$

est la distribution observée d'une variable discrète, $n_1 + n_2 + \dots + n_i = N$ est le nombre d'individus pour lesquels la variable a été inférieure ou égale à x_i . On peut calculer N_i de proche en proche :

$$N_1 = n_1, N_2 = N_1 + n_2, N_3 = N_2 + n_3, \text{ etc } \dots$$

Les N_i sont les **effectifs cumulés croissants**.

Exemple Effectif cumulé croissant qui correspond à la valeur 9 est $E = 3+2+3+5+2+3=18$; il ya 18 élèves qui ont au dessous de la moyenne dans cette classe.

Effectif cumulée décroissante

: Plus généralement, si $\{ (x_i, n_i), i = 1, \dots, K \}$

est la distribution observée d'une variable discrète, $n_1 + n_2 + \dots + n_i = N$

est le nombre d'individus pour lesquels la variable a été supérieure ou égale à x_i . On peut calculer N_i de proche en proche :

$$N = n'_1, n'_2 = N - n_1, n'_3 = n'_2 - n_2 = N - (n_1 + n_2), \text{ ect}$$

Les n'_i sont les **effectifs cumulés décroissants**.

Fréquence : Dans une série statistique d'effectif total N , la fréquence f_i d'une valeur de la variable x_i d'effectif n_i est le rapport $f_i = \frac{n_i}{N}$

Exemple $f_4 = \frac{n_4}{N}, f_4 = \frac{5}{40} = 0,125$

Fréquences cumulées croissantes : $F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i$ obtenues de proche en proche par $F_{i+1} = f_{i+1} + F_i$

Exemple La fréquence des élèves qui ont une note inférieure ou égale à 7 : $F_5 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 0,375$

Pourcentage : Pour déterminer le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure ou égale à 7

- Lire, dans le tableau, la valeur des fréquences cumulées qui correspond à 7
- Multiplier cette valeur par 100 , $f_i \times 100$

Maximum : d'une série statistique à caractère quantitatif : est la valeur maximale que peut prendre le caractère.

Minimum : d'une série statistique à caractère quantitatif : est la valeur minimale que peut prendre le caractère.

L'étendue : R L'étendue (ou amplitude) d'une série statistique est la différence entre la valeur maximum et la valeur minimum de la série.

$$R = \text{Maximum } (x_i) - \text{Minimum } (x_i)$$

Exemple Le maximum est 20, Le Minimum est 3 , $R = 20 - 3 = 17$

Mode : D'une série est la valeur du caractère qui correspond à l'effectif le plus grand.

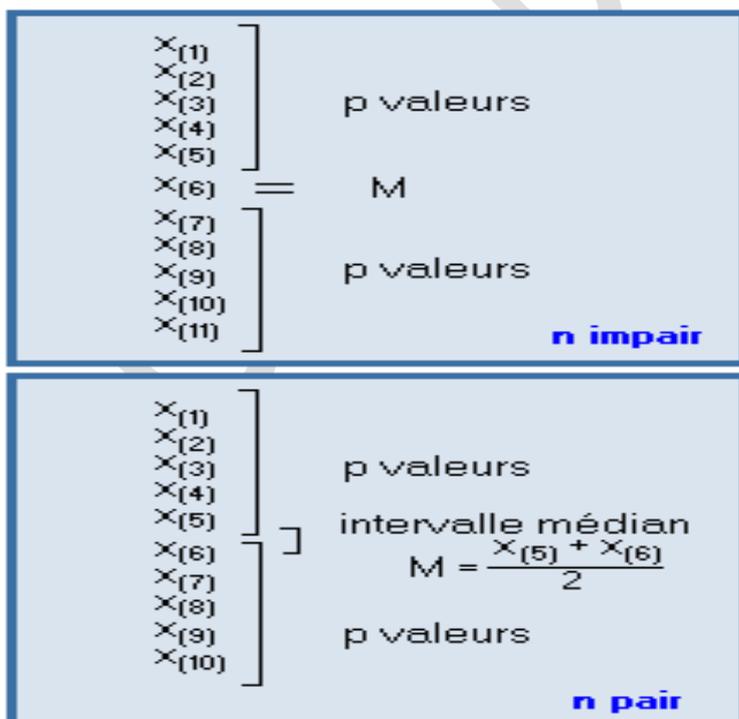
- une série qui n'a qu'un seul mode est dite **uni modale**
- Une série qui n'a que deux modes est dite **bi modale**

Exemple dans cette série à deux modes 6 et 16. Cette série est dite bimodale qui correspond au plus grand effectif 5

La médiane

Si la série brute des valeurs observées est triée par ordre croissant : $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$

la médiane M est la valeur du milieu, telle qu'il y ait autant d'observations "au-dessous" que "au-dessus".



C'est-à-dire que

- Si n est impair, soit $n = 2p + 1$, $M = x_{(p+1)}$
- Si n est pair, soit $n = 2p$, toute valeur de l'intervalle médian $[x_{(p)} ; x_{(p+1)}]$ répond à la question.

Afin de définir M de façon unique, on choisit souvent

$$M = \frac{x_{(p)} + x_{(p+1)}}{2}$$

soit le centre de l'intervalle médian

Exemple La médiane $M = 10$

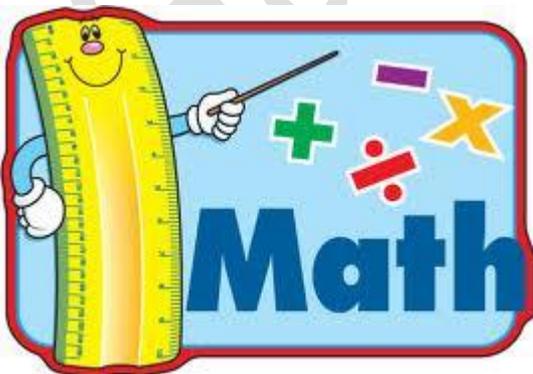
La moyenne arithmétique d'une série statistique (x_i, n_i) se calcule de la manière suivante :

$$\bar{x} = \frac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \dots + x_k \times n_k}{N}$$

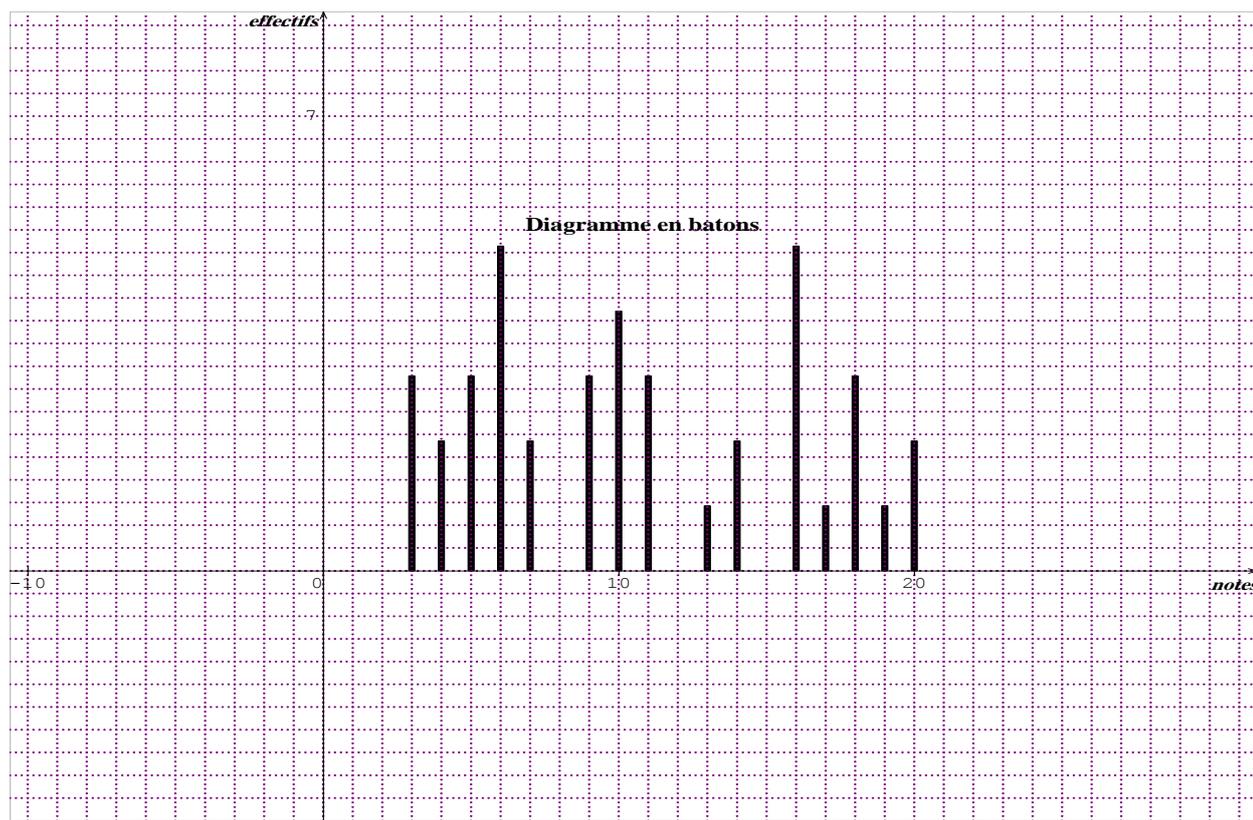
$$\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_k \times x_k$$

La moyenne s'exprime toujours dans la même unité que les observations x_i . Elle peut être décimale, même si les x_i sont entiers par nature

Exemple $\bar{x} = \frac{3 \times 3 + 4 \times 2 + 6 \times 5 + 7 \times 2 + \dots + 20 \times 2}{40} = 10,67$



c) Représentation par un diagramme en bâtons



II) Série regroupées en classes

1) Série statistique à valeurs continue

a) Activité 4 P 245

Classe (x_i)	[45,50[[50,55[[55,60[[60,65[[65,70[70,75[[75,80[[80,85[[85,90[
effectif (n_i)	2	3	6	4	9	8	3	4	1
Fréquence (f_i)									
Fréquences cumulées croissantes									
Fréquences cumulées décroissantes									
Effectifs cumulés croissants									
Centre de classes (c_i)									
$x_i \times c_i$									

b) Définition et vocabulaire

Classe : Dans le cas d'un caractère quantitatif continu, les valeurs sont regroupées en classes ou intervalles $[a ; b[$.

Centre de Classe : $C_i = \frac{a+b}{2}$

Exemple Le centre de classe $[45,50[$ $C_1 = \frac{45+50}{2} = 47,5$

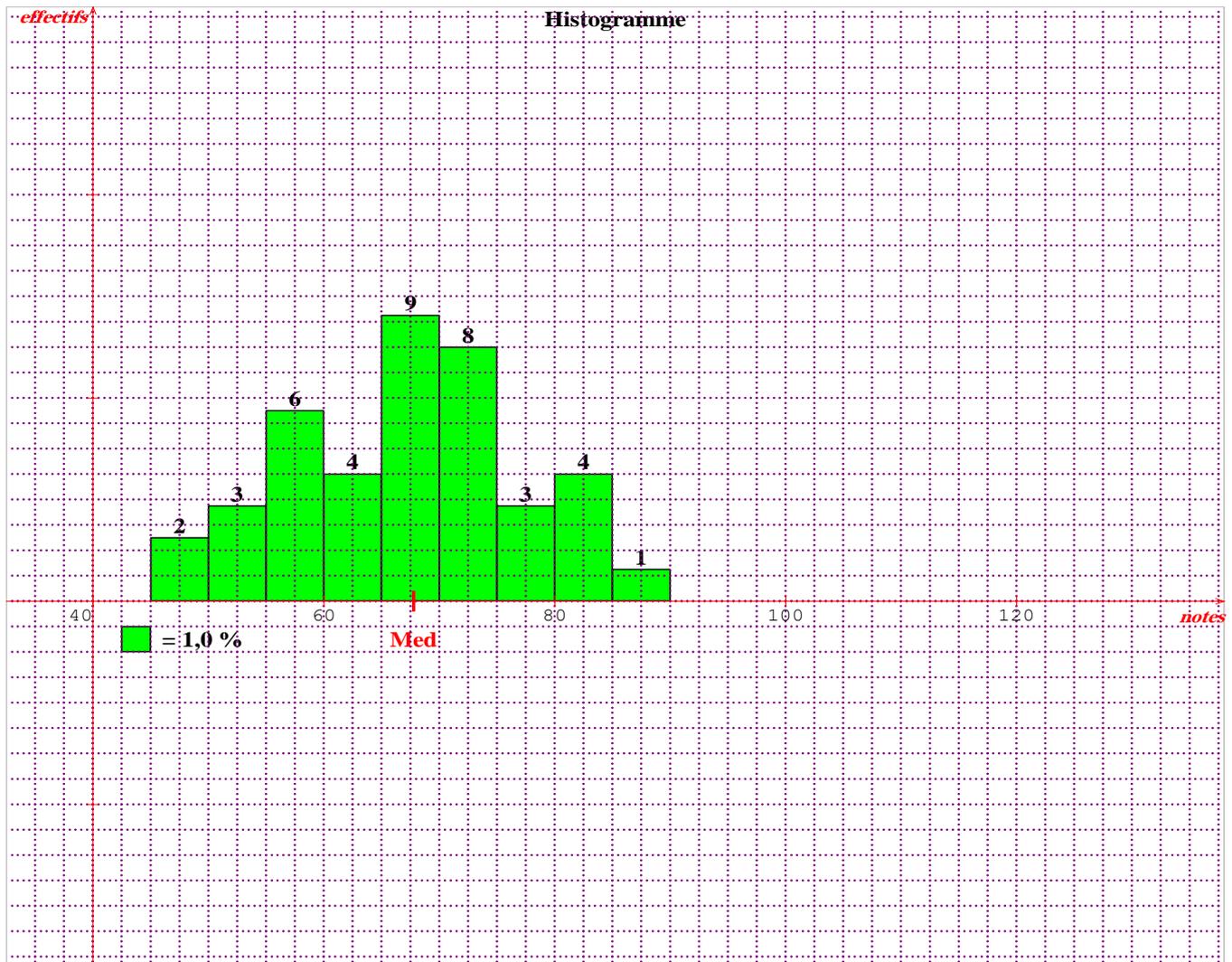
La moyenne arithmétique d'une série statistique continu se calcule de la manière suivante :

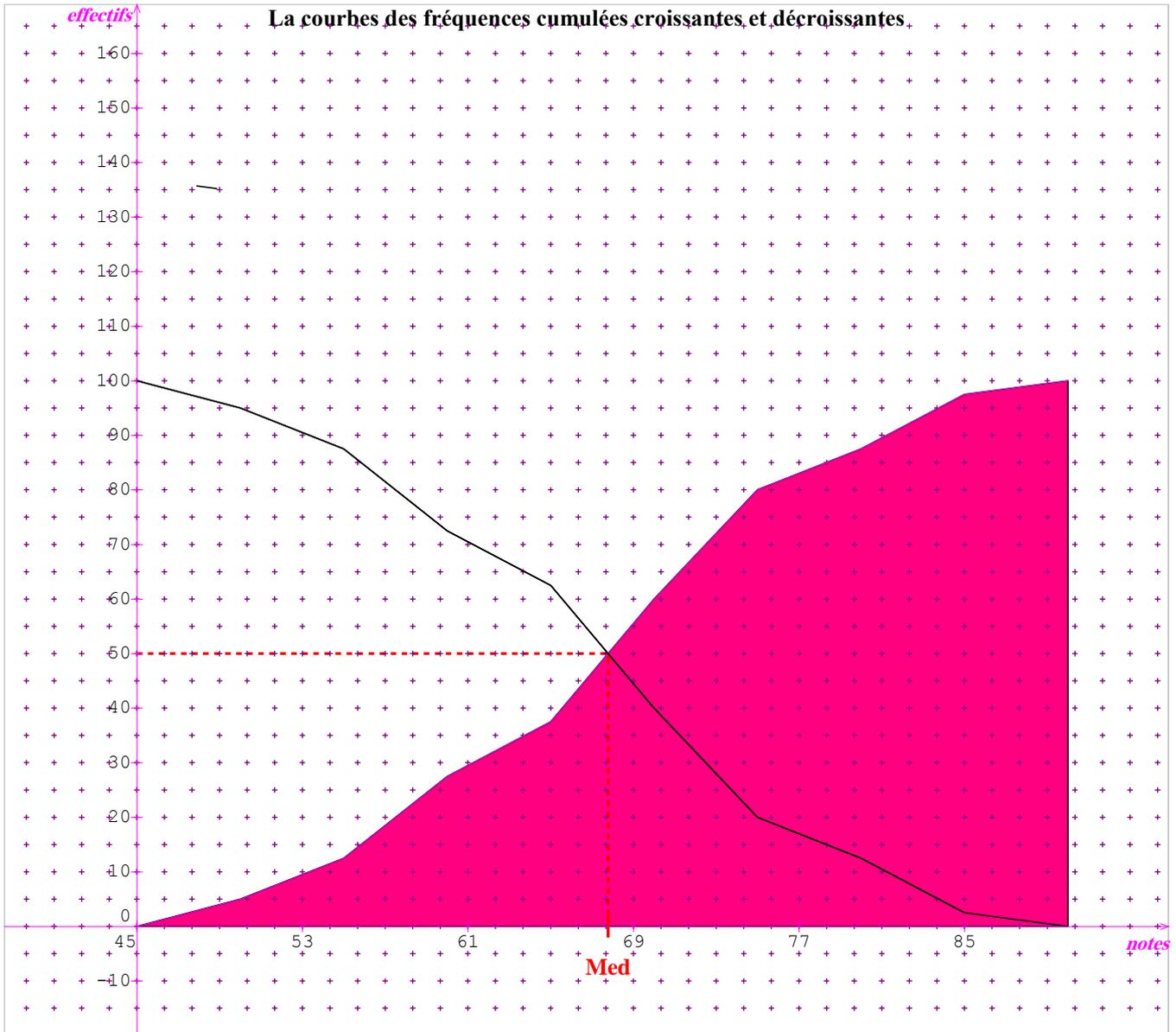
$$\bar{x} = \frac{c_1 \times n_1 + c_2 \times n_2 + \dots + \dots c_k \times n_k}{N}$$

$$\bar{x} = f_1 \times c_1 + f_2 \times c_2 + \dots + f_k \times c_k$$



c) Représentation du tableau par un histogramme





Cette série est unimodale

La classe modale est $[65,70[$

L'étendue de cette série $90 - 45 = 45$

La médiane

-1- De manière générale, si a et b sont les bornes de la classe contenant la médiane, $F(a)$ et $F(b)$ les valeurs de la fréquence cumulée croissante en a et b , alors

$$M_e = a + (b - a) \times \frac{0,5 - F(a)}{F(b) - F(a)}$$

Dans le cas d'une variable groupée en classes, on peut calculer la médiane par la formule suivante :

$$Me = L_o + \frac{ai(\frac{n}{2} - N_{i-1})}{ni}$$

Lo : Limite inférieure de la classe médiane

ai : Amplitude de la classe médiane

n : Nombre total des observations

N_{i-1} effectif cumulé croissant de la classe inférieure à la classe médiane

ni : effectif de la classe médiane

-2- La médiane de la série est l'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées dont l'ordonnée est 0,5

Exemple

A (65, 0,375) M (M_e, 0,5) B (70, 0,6)

$$\frac{M_e - 65}{0,5 - 0,375} = \frac{70 - 65}{0,6 - 0,375}, \quad M_e = 67,77$$