Séries d'exercices ***2ème info***
HOMOTHETIE

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

On donne trois points A , B et C alignés dans cet ordre et tels que BC = 4AB.
Montrer qu'il existe une homothétie et une seule qui transforme A en B et B en C et la déterminer.

EXERCICE N°2

On donne deux points distincts du plan O et O' et deux cercles (C) et (C') de centres O et O' , de rayons R et R' tels que : R' = 3R.
Déterminer les homothéties qui transforment (C) en (C').

EXERCICE N°3

On considère un cercle ζ de centre O et de rayon R et un diamètre [AB] de ce cercle . M étant un point variable de ζ , on désigne par N le symétrique de A par rapport à M.
1°)Quel est l'ensemble des points N ?
2°)Lorsque M est distinct de A et B, les droites (BM) et (ON) se coupe en I.
  a) Que représente le point I pour le triangle ABN ?
  b) Déterminer et construire l'ensemble des points I.

EXERCICE N°4

On donne deux droites sécantes D et Δ et deux points distincts A et G n'appartenant ni à D ni à Δ
Construire un triangle ABC ayant pour centre de gravité le point G et tel que B soit sur Δ et le milieu B' de [AC] soit sur D.

EXERCICE N°5

On donne un triangle ABC ; on désigne par A' , B' et C' les milieu respectifs des cotes [BC] , [AC] et [AB] et par G le centre de gravité du triangle ABC.
M étant un point quelconque distinct de A' , B' et C', on appelle :
Δ_1 la parallèle à (MA') menée de A .
Δ_2 la parallèle à (MB') menée de B .
Δ_3 la parallèle à (MC') menée de C .
Montrer que les droites Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 sont concourantes en un point N et que les points G , M et N sont alignés.

EXERCICE N°6

Soient deux droites sécantes D et Δ et A un point n'appartenant ni à D ni à Δ. Construire un point M sur D et un point N sur Δ tel que A soit le barycentre des points (M , 2) et (N , 3)

EXERCICE N°7

Soient A et B deux points distincts du plan. On désigne par D le symétrique de A par rapport à B et par C le milieu du segment [BD]. Soit M un point non situé sur la droite (AB). La parallèle à (AM) passant par C, se coupent en un point N. Montrer que les points M , N et D sont alignés.

EXERCICE N°8

Soit h une homothétie de rapport k ($k \neq 0$) ; soit (P) un rectangle de cotés a et b (a > 0 et b >0) ; soit (P') l'image de (P) par h .
1°)Comment doit-on choisir k pour que le périmètre de (P') soit le double de celui de (P) ?
2°)Comment doit-on choisir k pour que l'aire de (P') soit le double de celui de (P) ?

EXERCICE N°9

*Soit un triangle ABC, A' = B*C , B' = A*C et C' = A*B. M étant un point quelconque du plan (ABC).*
Soient : $A_1 = S_{A'}(M)$, $B_1 = S_{B'}(M)$ et $C_1 = S_{C'}(M)$. Démontrer que les droites (AA_1) , (BB_1) et (CC_1) sont concourantes.

EXERCICE N°10

Soit H une homothétie de centre O et de rapport k ($k \neq 0$ et $k \neq 1$) et T la translation de vecteur $\vec{v}$. Montrer que $T \circ H$ est une homothétie dont on déterminera les éléments.

EXERCICE N°11

Soit (C) et (C') deux cercles de centres respectifs O et O', sécants en A et B. Soit (D) une droite passant par A et recoupant (C) en M et (C') en M'. Soit I le milieu de [MM'], Ω le milieu de [OO'] et Ω' la projection orthogonale de Ω sur la droite (MM').
1°)Déterminer le lieu des points Ω' lorsque (D) varie.
2°) Déterminer le lieu des points I lorsque (D) varie.

EXERCICE N°12

Soit un triangle ABC inscrit dans un cercle (ξ) de centre O et de rayon R. On désigne par A' , B' et C' les milieux respectifs des cotés [BC] , [AC] et [AB]. Soit (ξ') le cercle passant par les points A' , B' et C'.

1°)Montrer que (ξ') est l'image de (ξ) par une homothétie ayant pour centre le point de rencontre G des trois médianes du triangle ABC. Quel est le rapport de cette homothétie ?

2°)Soit H l'orthocentre du triangle ABC . Montrer que : $2\vec{GO} = \vec{HG}$.

3°)On désigne par O' le centre de (ξ'). Montrer que : $2\vec{GO'} = \vec{OG}$.

4°)Exprimer $\vec{HO}$ et $\vec{HO'}$ à l'aide de $\vec{GO}$.

5°)En déduire que : $(\xi') = h_{\left(H,\frac{1}{2}\right)}((\xi))$

6°)Que peut-on dire alors des points A_1 , A_2 et A_3 milieux des segments [HA] , [HB] et [HC] ?

EXERCICE N°13

On considère un cercle fixe ζ , de centre O et de rayon R, un point fixe A, intérieur à ce cercle et un point P variable sur ce cercle.

Le médiatrice du segment [AP] coupe le cercle en M et N.

1°)Montrer que O et A sont d'un coté par rapport à (MN).

2°)Déterminer le lieu du milieu, I de [AP].

3°)Soit H le projeté orthogonal de point O sur le droite (MN).

Déterminer le lieu du point H.

4°)Déterminer le lieu de centre S du cercle circonscrit au triangle AMN et montrer que ce cercle reste tangent à un cercle fixe .