

EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur $[-3; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x+3}{x+5}$

1°) Démontrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire : $f(x) = 2 - \frac{7}{x+5}$.

2°) Démontrer que f est croissante sur $[-3; +\infty[$

3°) a) Démontrer que f admet un minimum, le préciser.

b) Démontrer que f admet un majorant, en préciser un.

c) En déduire que f est bornée et indiquer un encadrement de $f(x)$.

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur $I = [-2; 2]$ par : $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$.

1°) Etudier la parité de f .

2°) Démontrer que sur $[0; 2]$, si $a \leq b$ alors l'expression $f(b) - f(a)$ a le même signe que $(a^2 + b^2 - 2)$.

3°) En déduire les variations de f sur $I_1 = [0; 1]$ puis sur $I_2 = [1; 2]$.

6°) Déterminer le minimum de $f(x)$ sur I .

EXERCICE N°3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x(1-x)$

1°) Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) \leq \frac{1}{4}$

2°) En déduire que la fonction f admet un maximum en $x = \frac{1}{2}$

3°) Démontrer que $f(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ et en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty, \frac{1}{2}[$ et décroissante sur l'intervalle $]\frac{1}{2}, +\infty[$

EXERCICE N°4

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = x - \frac{1}{x}$

1°) Déterminer le domaine de définition de g et étudier sa parité.

2°) Montrer que g est strictement croissante sur $]0, +\infty[$

3°) Sur $]0, +\infty[$, résoudre l'équation $g(x) = 0$ et chercher le signe de $g(x)$.

4°) Déterminer les variations de g^2

5°) Déterminer le domaine de définition de f et étudier sa parité.

6°) Exprimer f en fonction de g^2

7°) En déduire les variations de f sur $]0, +\infty[$. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE N°5

Déterminer le plus grand des deux nombres : $A = \frac{1,0000004}{(1,0000006)^2}$ et $B = \frac{(0,9999995)^2}{0,9999998}$

EXERCICE N°6

Un triangle isocèle ABC a pour base $[BC]$ telle que $BC=6$ et pour hauteur $[AH]$ telle que $AH=5$. Considérons sur $[AH]$ un point M et posons $AM=x$.

La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AB]$ en I et $[AC]$ en J .

1°) Calculer la longueur IJ en fonction de x .

2°) a) Désignons par y l'aire du triangle AIJ . Exprimer y en fonction de x lorsque M décrit $[AH]$.

b) Soit f la fonction qui à x associe y . Préciser l'ensemble de définition de f .

c) Étudier les variations de f .

EXERCICE N°7

ABC est un triangle isocèle tel que $AB=AC=5$ et $BC=6$. Par un point D de $[AB]$, tracez la parallèle à (BC) ; elle coupe (AC) en E . On pose $AD=x$.

1°) Calculer BD , EC , ED en fonction de x .

2°) Désignons par y le périmètre du trapèze $BDEC$. Exprimer y en fonction de x .

Représentez graphiquement la fonction f définie sur $[0,5]$, qui à x associe y .



3°) La hauteur du triangle ABC , issue de A , coupe $[DE]$ en I et $[BC]$ en H .

a) Calculer AH .

b) Calculer, en fonction de x , l'aire z du trapèze $BDEC$.

c) Étudier la fonction g définie sur $[0,5]$ qui à x associe z .

EXERCICE N°8

Un triangle ABC , de hauteur $[AH]$, est tel que $AB=5$, $BC=8$, $AH=4$. Construisez un tel triangle. Par un point K de $[AH]$, menez la parallèle à (BC) qui coupe respectivement $[AB]$ et $[AC]$ en M et N .

Soit P et Q les projetés orthogonaux respectifs de M et N sur (BC) . Posons $AK=x$

1°) Calculer, en fonction de x , le périmètre, noté $p(x)$, du rectangle $MNPQ$.

Étudier les variations de la fonction p et tracez sa courbe représentative.

2°) Calculer en fonction de x l'aire, notée $a(x)$, du rectangle $MNPQ$.

Étudier les variations de la fonction a et tracez sa courbe représentative.

3°) Déterminer x pour que l'aire du rectangle soit maximale. Calculer ce maximum.

EXERCICE N°9

$ABCD$ est un trapèze isocèle de bases $[AB]$ et $[CD]$ tel que : $AB=12$, $BC=5$ et $CD=6$.

Soit M un point de $[AD]$. La parallèle à (AB) passant par M coupe (BC) en N . Soit H le projeté orthogonal de C sur $[AB]$ et E le point d'intersection de (CH) et (MN) . Posons $AM=x$.

1°) Montrer que : $EN = \frac{3}{5}(5-x)$ et $EH = \frac{4}{5}x$. En déduire que $MN = \frac{6}{5}(10-x)$

2°) Désignons par y l'aire du trapèze $MNBA$.

a/ Exprimer y en fonction de x .

b/ Étudier les variations de la fonction f , définie sur $[0,5]$, qui à x associe y et tracez sa courbe représentative

